

## KAPITEL 1: WORUM GEHT ES ?

### ANWENDUNGSGEBIETE DER ENTSCHEIDUNGSTHEORIE (vgl. Aufgabe 1.1)

⇒ Befähigung bessere Entscheidungen zu treffen. Wichtig hierbei: nicht nur Ergebnis, sondern auch **Entscheidungsprozeß** maßgeblich für Qualität einer Entscheidung.

→ Bewertung der Qualität (Rationalität der Vorgehensweise im Entscheidungsprozeß) durch

1. Erkennen und Verstehen der Problemstruktur
2. Abschätzen von unsicheren Umweltzuständen
3. Ermittlung der Alternativen und deren Konsequenzen

(Bewertung der Rationalität einer Entscheidung selbst nicht möglich, da diese auf subjektive Präferenzen und Ziele beruht)

#### unterschiedliche Entscheidungssituationen:

- ◆ Entscheidung unter Sicherheit (vgl. Kapitel 2-6)
  - (⇒ Wertfunktionen)
  - alle Konsequenzen sind bekannt
    - Entscheidung unter Sicherheit mit einfacher Zielsetzung (vgl. Kap. 5)
    - Entscheidung unter Sicherheit mit mehrfacher Zielsetzung (vgl. Kap. 6)
      - mögliches Auftreten von Zielkonflikten ⇒ **Trade off** (immer subjektiv)
- ◆ Entscheidung unter Unsicherheit (Unsicherheit = Risiko) (vgl. Kap. 7-11)
  - (⇒ Nutzenfunktionen)
  - nur Vermutungen über Auswirkungen (= Konsequenzen) ⇒ Gewichtung der Konsequenzen mit Wahrscheinlichkeiten
    - Entscheidung unter Unsicherheit mit einfacher Zielsetzung (vgl. Kap. 9)
    - Entscheidung unter Unsicherheit mit mehrfacher Zielsetzung (vgl. Kap. 10-11)

### 1.1 WAS MACHT ENTSCHEIDUNGEN SCHWIERIG?

1. Unsicherheit der Zukunft
2. Konsequenzen unterscheiden sich in mehr als einer Dimension (mehrere Ziele)
3. Zu wenige oder zu viele Alternativen ⇒ Strategie der Vorauswahl
4. Komplexität der Entscheidung ⇒ notwendig: systematische Erfassung und Verarbeitung der relevanten Informationen

### 1.2 GRUNDPRINZIPIEN DER PRÄSKRIPTIVEN ENTSCHEIDUNGSTHEORIE

#### 1.2.1 Rationale = Erfolgreiche Entscheidung?

Grad der Rationalität abhängig von Postulaten (Kriterien/ Axiome)

Qualität der Entscheidung am Ergebnis messen → Erfolg und Mißerfolg allerdings kein zulässiger Maßstab

(hinterher ist man immer schlaue)

⇒ Unterscheidung zwischen rationaler und erfolgreicher Entscheidung

nur sichere Entscheidungen können am Ergebnis gemessen werden

nachträgliche Erfolgskontrolle allerdings wichtig um Schwachstellen im Entscheidungsprozeß aufzudecken

→ Voraussetzung dafür: transparente Dokumentation der Grundlagen der Entscheidung (= Ziel der präskriptiven ET)

2 Kriterien für rationalen Entscheidungsprozeß:

1. prozedurale Rationalität
2. Konsistenz der Entscheidungsgrundlage

### **1.2.2 Prozedurale Rationalität** (vgl. Aufgabe 1.2)

⇒ Anforderungen an Entscheidungsprozeduren

1. Lösung des richtigen Problems
2. Angemessener Informationsaufwand → Vereinfachung ist unverzichtbar
3. Verwendung möglichst objektiver Daten (bei Bildung von Erwartungen über Zukunft ⇒ Wahrscheinlichkeiten)
4. Gründliche und klare Formulierung der eigenen Ziele und Präferenzen

### **1.2.3 Konsistenz der Entscheidungsgrundlagen**

Rationalität ⇒ Übereinstimmung mit gewissen Anforderungen für Wahrscheinlichkeiten und Präferenzen (Postulate)

⇒ wichtige Forderung an Präferenzen:

1. Zukunftsorientierung (Wahl zwischen Alternativen nur abhängig von Konsequenzen)
2. Dominanz (vgl. stochastische Dominanz bei Wertfunktionen): Wenn eine Alternative a in wenigstens einer Hinsicht (Ausprägung) besser ist als eine andere Alternative b und in jeder anderen Hinsicht (Ausprägung) zumindest nicht schlechter, so soll a vorgezogen werden. (dominierte Alternativen dürfen nicht gewählt werden)
3. Transitivität:  $a > b$  ;  $b > c \Rightarrow a > c$
4. Invarianz: Wenn Darstellungen äquivalent, also ineinander überführbar sind, soll Entscheidung nicht von der Darstellung abhängen (Bsp. Theaterkarten)

### **1.2.4 Dekomposition** (vgl. Aufgabe 1.3)

= Reduktion der Komplexität durch Zerlegung des Entscheidungsproblems in folgende Komponenten (Teilaspekte):

1. Handlungsalternativen (synonym: Aktionen)
2. Ziele und Präferenzen des Entscheiders
3. Erwartung über Umwelteinflüsse
4. Kombinierte Wirkung von Aktionen und Umwelteinflüssen auf Konsequenz (Bsp. Manager: Bahn od. Auto?/ Neffe nicht da)

Zerlegung in die Komponenten führt zu **Wirkungsmodell**

### **1.2.5 Subjektivität**

Erwartungen und Präferenzen sind subjektiv, sie müssen daher lediglich konsistent mit den Axiomen sein, sonst gelten für sie keine Vorschriften.

### **1.2.6 Berücksichtigung kognitiver Unzulänglichkeit**

Menschen (Entscheider) haben Schwierigkeiten bei der Formulierung von Erwartungen über unsichere Ereignisse → Versuch der präskriptive ET bei möglichst treffender Artikulation Hilfe zu leisten. Dennoch bleibt immer ein Unschärfbereich.

## **1.3(ANWENDUNG UND PRAXISRELEVANZ DER ET)**

(vgl. Aufgaben um dies zu verdeutlichen)

## KAPITEL 2: STRUKTURIERUNG DES ENTSCHEIDUNGSPROBLEMS

### 2.1 GRUNDSTRUKTUR (vgl. Kapitel 1.2.4)

schwieriges Entscheidungsproblem läßt sich besser lösen durch Dekompensation (vgl. Kapitel 1.2.4)

### 2.2 MODELLIERUNG DER ALTERNATIVEN

#### 2.2.1 Probleme der Alternativenfindung (vgl. Kapitel 4)

In vielen Situationen akzeptable Alternativen nicht bekannt.

⇒ Suchvorgang oder Alternativengenerierung (Definition Generierung: Erzeugung) ⇒ Weitersuch – oder Stopp-Entscheidung.

#### 2.2.2 Alternativenmenge

- ◆ Menge der Alternativen: } A
  - ◆ einzelne Alternativen: a } ⇒ a, b, c, ... ∈ A
  - ◆ mehrere Alternativen: a) b, c
- wobei diese sich gegenseitig ausschließen.  
ist die Anzahl der Alternativen sehr groß  
→ Strategie zur Beschränkung erforderlich (z.B. bei stetigen Entscheidungsvariablen ⇒ z.B. Diskretisierung)

#### 2.2.3 Einstufige/ Mehrstufige Alternativen (= Strategie)

jede Entscheidung ist ein Ausschnitt Gesamtkomplex aller Entscheidungen eines Individuums. Dies gilt auch bei zeitlicher Dimension ⇒ **Planungshorizont**.

### 2.3 MODELLIERUNG DER ALTERNATIVEN (vgl. Aufgabe 1.4 – 1.6)

#### 2.3.1 Unsicherheit und Wahrscheinlichkeit

Unabhängigkeit von Risiko nur bei leicht zu revidierenden Entscheidungen. Risiko muß bei irreversiblen Entscheidungen einkalkuliert werden (→ Abhängigkeit der Entscheidung).

⇒ Explizite Berücksichtigung → Unsicherheit muß im Modell abgebildet werden

unsicherer Tatbestand = Menge von Ereignissen (= Zustandsmenge) von der genau eins eintritt.

⇒ Ergebnismenge vollständig und alle Ergebnisse (= Ereignis/ Zustand) schließen sich gegenseitig aus

Ereignis-/ Zustandsvariablen sind entweder diskret (z.B. Geburten/Tag) oder kontinuierlich (z.B. Niederschlagsmenge), wobei es sinnvoll ist kontinuierliche Variablen zu diskretisieren.

Endliche Mengen von Zuständen ⇒ jedem Zustand  $s_i$  ist die Wahrscheinlichkeit  $p(s_i)$  zugeordnet.

⇒ für  $p(s_i)$  muß gelten (Kolmogoroff):

- $p(s_i) \geq 0$  für alle  $i$
- $\sum p(s_i) = 1$
- $p(s_i) = 1 - p(\neg s_i)$

### 2.3.2 Zusammengesetzte Ereignisse oder Zustände

Umwelt läßt sich nicht selten am besten durch Zusammenwirken mehrerer unsicherer Umwelteinflüsse beschreiben.

⇒ Aus Einzeleinflüssen zusammengesetzte Ereignisse (Zustände) nennt man **Szenario** (bzw. Datenkonstellation).

Wahrscheinlichkeit des Szenarios kann nicht durch Multiplikation der Zustandswahrscheinlichkeiten ermittelt werden (dies würde nur für den meist unrealistischen Fall der Unabhängigkeit der Ereignisse gelten, vgl. 2.3.3)

⇒ siehe Rechenregeln

### 2.3.3 Multiplikationsregel (vgl. Aufgabe 1.8 – 1.13)

**bedingte Wahrscheinlichkeit:**  $p(y|x)$ , d.h.  $y$  tritt ein sofern  $x$  eingetroffen ist.

wobei gilt :  $p(y|x) = p(x; y) / p(x)$  mit  $p(x) > 0$

**gemeinsame Wahrscheinlichkeit:**  $p(x; y)$ , d.h. sowohl  $x$  als auch  $y$  trifft ein.

wobei gilt :  $p(x; y) = p(y|x) * p(x)$  Multiplikationsregel für die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens zweier Ereignisse.

**Satz der Totalen Wahrscheinlichkeit:**  $p(x) = \sum p(x|y_i) * p(y_i)$ , d.h. Summe aller gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten für verschiedene für disjunkte (nicht gemeinsam auftretend) Ereignisse.

Bsp.:

		$y_1$	$y_2$		
$x_1$	0,2	0,08	0,12	gemeinsame Wahrscheinlich keiten	
$x_2$	0,65	0,325	0,325		
$x_3$	0,09	0,09	0,06		
	$\sum$ 1	Totale W'keiten $\uparrow \rightarrow$	0,495	0,505	

Unabhängigkeit: zwei Ereignisse werden als stochastisch unabhängig ( $\neq$  disjunkt) bezeichnet, wenn gilt:

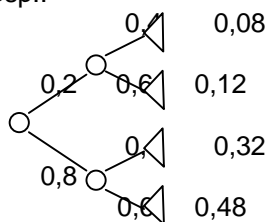
$p(x|y_i) = p(y) \Rightarrow p(x; y) = p(x) * p(y)$ , d.h. die gemeinsame Wahrscheinlichkeit zweier unabhängiger Ereignisse ist gleich dem Produkt ihrer unbedingten Ereignisse.

### 2.3.4 Ereignisbäume 1. *Unterfall des Entscheidungsbaums*

⇒ Darstellung von Szenarien (nur Ereignisse werden aufgeführt)

Ausgangspunkt ist unsichere Tatbestand, der zu mehreren (sich gegenseitig ausschließenden) möglichen Ereignissen führt (vom jeweiligen Ereignis analoger Vorgang...). Am Ende steht Anzahl von sich gegenseitig ausschließenden Konsequenzen, deren Wahrscheinlichkeiten sich aus der Multiplikation der Pfadwahrscheinlichkeiten ergeben (da disjunkt).

Bsp.:



### 2.3.5 Additionsregel (vgl. Aufgabe 1.8 – 1.14)

Wahrscheinlichkeit für entweder x oder y oder beide:  $p(x \text{ oder } y) = p(x) + p(y) - p(x; y)$ , da  $p(x; y)$  jeweils in  $p(x)$  und  $p(y)$  enthalten ist  $\Rightarrow$  Doppelzählung, also einmal abziehen.

Schließen sich x und y gegenseitig aus (also disjunkt)  $\Rightarrow p(x \text{ oder } y) = p(x) + p(y)$

### 2.3.6 Ursachenbäume 2. Unterfall des Entscheidungsbaums

Umkehrung zum Ereignisbaum

$\rightarrow$  Betrachtung wie eine bestimmte Konsequenz entstanden ist (= ex-post Analyse). Beginn bei Wirkung, Frage nach möglichen Ursachen die mit **und-Verknüpfungen** ( $\Rightarrow$  Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten) bzw. **oder-Verknüpfungen** ( $\Rightarrow$  Addition der Wahrscheinlichkeiten) verbunden werden.

### 2.3.7 Abhängigkeit des Umweltmodells von Zielen

Vom Entscheider verwendete Zustandsmengen sollten von seinen Zielen abhängen, denn weiß der Entscheider (noch) nicht, was er erreichen will, kann er die relevanten ungewissen Umwelteinflüsse noch nicht identifizieren.

### 2.3.8 Wirkungsmodelle

Wenn eine bestimmte Handlungsalternative gewählt ist (Strategie) und die Ausprägung der Umwelteinflüsse eingetreten (Szenario) sind = Auflösen der Unsicherheit, unterstellen wir das Eintreten einer **eindeutigen** Konsequenz.

Zur Bestimmung der Konsequenz ist in manchen Fällen ein Wirkungsmodell notwendig. Dieses kann eine Gleichung (Gleichungssystem) oder ein komplizierter Algorithmus sein.

## 2.4 MODELLIERUNG DER PRÄFERENZEN

### 2.4.1 Ziele und Präferenzen

Präferenzen = Einstellung des Entscheiders zu Konsequenzen oder zu Handlungsalternativen. Präferenz bzgl. Alternativen findet sich über Klärung der Präferenz bzgl. auf Konsequenzen, die aus Handlungsalternativen und Umwelteinflüssen folgen.

$a > b$  d.h. a wird gegenüber b präferiert (vorgezogen)

$a \sim b$  d.h. Indifferenz zwischen a und b

$a \geq b$  d.h. a wird präferiert oder es herrscht Indifferenz

Eigenschaft einer Konsequenz = Attribut (synonym: Zielgröße bzw. –variable)

### 2.4.2 Zielkonflikt

vgl. Kapitel 3,5,6

### 2.4.3 Risikoeinstellung

vgl. Kapitel 9-11

**2.4.4 Zeitpräferenz***nicht relevant***2.4.5 Abbildung der Präferenzen durch Funktionen**Sichere Erwartungen  $\Rightarrow$  Wertfunktion (vgl. Kapitel 5.1)Risiko / Unsicherheit  $\Rightarrow$  Nutzenfunktion (vgl. Kapitel 9.4)

Diese Funktionen werden aus Präferenzaussagen in einfachen Wahlproblemen gewonnen (Methoden: siehe entsprechende Kapitel)

**2.5 REKURSIVE MODELLIERUNG**Module die aus Dekompensation gewonnen werden, sind nicht voneinander unabhängig  $\Rightarrow$  Wechselbeziehungen zu:Alternativen  $\rightarrow$  Ziele / Ziele  $\rightarrow$  AlternativenUmwelt  $\rightarrow$  Ziele / Ziele  $\rightarrow$  UmweltAlternativen  $\rightarrow$  Umwelt / Umwelt  $\rightarrow$  Alternativen

(Bsp.: Computerkauf)

**2.6 VISUALISIERUNG VON ENTSCHEIDUNGSSITUATIONEN UNTER UNSICHERHEIT****2.6.1 Nutzen graphischer Darstellungen**

Darstellungsformen des Entscheidungsproblems

 $\Rightarrow$  Besseres Problemverständnis/ Erhöhung der Rationalität $\Rightarrow$  Klare und genaue Formulierung der Alternativen, Umwelteinflüssen und Konsequenzen $\Rightarrow$  Anschauliche Dokumentation = Kommunikationshilfe**2.6.2 Entscheidungsmatrix**

A: endliche Mengen der Handlungsalternativen

S: endliche Mengen möglicher sich gegenseitig ausschließender Umweltzuständen ( $\rightarrow$  Vollständigkeit)  $\Rightarrow \sum p(s_i) = 1$ Zusammentreffen von Alternativen  $a \in A$  (Spalte) und Zustand  $s \in S$  (Zelle)  $\Rightarrow$  Ergebnis: eindeutig bestimmte Konsequenz  $c_{as}$  (Zelle) ... oder auch Kombination von Strategie (Spalte) und Szenarien (Zelle)

ein Ziel:

	$s_1$	$s_i$	$s_n$
	$p(s_1)$	$p(s_i)$	$p(s_n)$
a	$a_1$	$a_i$	$a_n$
b	...	...	...
...	...	...	...

mehrere Ziele:

	$s_1$	$s_i$	$s_n$
	$p(s_1)$	$p(s_i)$	$p(s_n)$
a	$a_{11}, \dots,$ $a_{1m}$	$a_{i1}, \dots,$ $a_{im}$	$a_{n1}, \dots,$ $a_{nm}$
b	...	...	...
...	...	...	...

Entscheidungsmatrix lässt sich in Entscheidungsbaum überführen.

**2.6.3 Entscheidungsbaum** (vgl. Aufgabe 2.1)

□ = Entscheidungsknoten: Wahlmöglichkeiten des Entscheiders

○ = Ereignisknoten: Keine Einflußmöglichkeiten des Entscheiders  
Summe der (bedingte, da diese unter der Bedingung gelten, daß das vorausgehende Entscheidungen oder Ereignisse eingetreten sind) Wahrscheinlichkeiten muß hier 1 ergeben.

◁ = Konsequenz: Ergebnis von Entscheidungen und Ereignissen (Pfad von links nach rechts endet hier)

— = Linie stellt Handlungsalternativen dar (= Fortgang der Entscheidungsfindung)

Darstellungsmöglichkeiten im Entscheidungsbaum:

- Aufspaltung komplexer Alternativen in aufeinanderfolgenden Handlungen
- Aufspaltung oder Zusammenfassung von Ereignissen

Strategie: (ein- oder mehrstufige) vollständige Handlungsanweisung (Sonderfall: freie Wahl)

Szenario: Aufzeichnung der möglichen episodischen Abfolge von Ereignissen eines besonders interessierenden Systemaspekts □ (Sonde) ○ (all: einfaches Ereignis) ⇒ erst dann .

**2.6.4 Einflußdiagramm**

□ = Alternativenmenge: Gesamtmenge aller Handlungsalternativen

○ = Ereignismenge: Menge aller möglichen Umweltzustände

◊ = Zielvariablen: Gesamtheit aller Ausprägungen

➔ = Pfeile stellen Einflüsse zwischen den verschiedenen Symbolen dar

*genaue Bedeutung vgl. Buch*

**2.6.5 Vor und Nachteile der graphischen Darstellungsformen**

<b>Darstellungsform</b>	<b>Vorteile</b>	<b>Nachteile</b>
<b>Einflußdiagramm</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Komplexitätsreduktion</li> <li>◆ Anschaulichkeit</li> <li>◆ Strukturierungshilfe</li> <li>◆ chronologische Übersicht</li> <li>◆ Kommunikationshilfe</li> <li>◆ Überführung in quantitatives Wirkungsmodell möglich</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Informationsverlust bei Alternativen und Umweltzuständen</li> <li>◆ Konsequenzen und Wirkungen können nicht qualitativ abgelesen werden</li> </ul>
<b>Entscheidungsbaum</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ alle Informationen verfügbar</li> <li>◆ chronologische Übersicht</li> <li>◆ Mögliche Zerlegung von Entscheidungsproblemen in Teilprobleme</li> <li>◆ Kommunikationshilfe</li> <li>◆ Überführung in Entscheidungsmatrix möglich (jedoch schwierig)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ komplexe Situationen können nicht abgebildet werden</li> </ul>
<b>Entscheidungsmatrix</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Information über Alternativen/ Ziele und Konsequenzen sind direkt verfügbar</li> <li>◆ EW bzw. EU der Alternativen können direkt in der Matrix übersichtlich berechnet werden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Struktur des Entscheidungsproblems ist nicht mehr ersichtlich</li> <li>◆ chronologische Übersicht ist nicht mehr möglich</li> </ul>

## KAPITEL 3: GENERIERUNG VON ZIELSYSTEMEN

### 3.1 BEDEUTUNG VON ZIELEN

Ohne Klarheit über Ziele (Ziel = etwas, das eine Person erreichen will) ist keine vernünftige Entscheidung möglich.

→ Keine rationale Wahl von Alternativen ohne Wissen welche Dimension von den Konsequenzen bedeutend ist

→ Zielkenntnis wichtig für Auffindung und Generierung bisher unbekannter bzw. unbewußter Alternativen  
 ⇒ Zielbewußtes Denken eröffnet Möglichkeiten der Schaffung und Suche von Entscheidungssituationen (nicht nur Entscheidungsprobleme vorhanden, sondern auch Entscheidungschancen).

### 3.2 GENERIERUNG VON ZIELEN ( vgl. Aufgabe 2.2)

durch:

1. Mängel des bestehenden oder eines erwarteten Zustands
2. Vergleich der vorliegenden Alternativen. (Worin unterscheiden sich die bekannten Alternativen und welche dieser Unterschiede sind von Interesse ⇒ wichtige Unterschiede deuten auf Zeile)
3. Strategische (überprüfter) Ziele → Ableitung konkreter Ziele ( Bei bestehendem Bewußtsein und klarer Definition von strategischen Zielen kann man in konkreten Situationen auf diese zurückgreifen.)
4. Externe Vorgaben (v.a. Punktziele) von übergeordneten Stellen
5. Berücksichtigung von Zielen der von einer Entscheidung betroffenen Personen

### 3.3 FUNDAMENTALZIEL UND INSTRUMENTALZIEL

#### 3.3.1 Eliminierung von Mittel-Ziel-Beziehungen

**Fundamentalziel:** Ziel, das um seiner selbst willen verfolgt wird und für das Entscheider keiner Begründung mehr bedarf (hier fließt auch immer das Werturteil (→ subjektive Präferenzen) des Entscheiders ein).

Es ist immer nur im gegebenen Kontext fundamental (Kontexterweiterung ⇒ Fundamentalziel kann zu Instrumentalziel werden).

**Instrumentalziel:** Ziel wird verfolgt, da man sich davon eine positive Wirkung auf das Fundamentalziel verspricht. Es hat für den Entscheider an sich keine Bedeutung.

Unterscheidung: Warum ist dieses Ziel wichtig?

Ein Instrumentalziel sollte aus folgenden Gründen **nicht** in ein Zielsystem eingebracht werden:  
 (Mittel-Ziel-Relationen enthalten nur faktische Urteile ≠ Werturteile)

1. (Ersetzen des Instrumentalziels X durch Fundamentalziel Y) ⇒ Durch Erkennen des Fundamentalziels wird der Blick frei für neue Alternativen (Bsp. Fußballverein).
2. Existieren neben den Fundamentalzielen auch Instrumentalziele, die auf die Fundamentalziele wirken, kann es zu **Doppelzählung** kommen.
3. Wirkungsbeziehungen zwischen Instrumentalziel und Fundamentalziel sind nicht immer eindeutig. (Ist X überhaupt geeignetes Instrument zur Erreichung von Y?) (Bsp. autofreie Innenstadt)
4. Wenn ein Instrumentalziel anstelle zweier Fundamentalziele im Zielsystem verwendet wird, kann es ein Fundamentalziel gut wiedergeben, sich jedoch negativ auf die Erreichung des anderen Fundamentalziels auswirken, so daß nicht ersichtlich wird inwieweit Verfolgung von X den Präferenzen des Entscheiders wirklich entspricht.

### 3.3.2 Kontextabhängigkeit von Fundamentalzielen

Im gegebenen Kontext ist ein Ziel dann fundamental, wenn es nicht Mittel zur Erreichung eines anderen im gleichen Kontext behandelten Ziel ist. Problem: je fundamentaler die betrachteten Ziele werden, desto universaler wird die in Betracht zu ziehende Alternativenmenge. (Bsp.: Urlaub). ⇒ Notwendigkeit im Kontext Fundamentalziele zu behandeln, die bei Kontexterweiterung zu Instrumentalzielen würden.

### 3.4 ANFORDERUNGEN AN EIN ZIELSYSTEM (vgl. Aufgabe 2.4)

Zielsystem = Gesamtheit aller (Fundamental-) Ziele in bestimmter Entscheidungssituation.

Grundsätzliche Anforderungen an ein Zielsystem:

- 1 **Vollständigkeit:** Alle für den Entscheidungsprozeß relevanten Ziele sollten berücksichtigt sein („ehrlich zu sich selbst“).
- 2 **Redundanzfreiheit** (= Überschneidungsfreiheit): Es sollte nicht mehrere Ziele geben, die das gleiche bedeuten oder sich in ihrer Bedeutung überschneiden (Bsp.: Ausbildung / Berufserfahrung).
- 3 **Meßbarkeit:** Die Attribute sollten die Zielerreichung möglichst treffend und eindeutig (→ Unschärfbereich möglichst klein) messen.
- 4 **Einfachheit:** je weniger Ziele ein Zielsystem umfaßt, desto weniger aufwendig wird die Strukturierung der Präferenzen und damit auch der Alternativenbewertung. (Erreichbar durch Aggregation).
- 5 **Unabhängigkeit:** Präferenzen bezüglich der Auswirkungen einer Zielvariable sollten unabhängig davon formuliert werden, welche Ausprägung die übrigen Zielvariablen haben (vgl. auch Kapitel 6: Präferenzunabhängigkeit).  
→ Dadurch wird das Aufstellen einer additiven multiattributiver Wertfunktion möglich.

### 3.5 ZIELHIERARCHIEN (vgl. Aufgabe 2.5/ 2.6)

Auflösung von Fundamentalzielen in Unterziele (zeigt einen Aspekt des übergeordneten Ziels an) bzw. Zusammenfassung der Fundamentalziele zu Oberzielen.

Zweck:

1. Struktur ermöglicht bessere Beurteilung der Vollständigkeit und der Nichtredundanz.
2. Auflösen in Unterziele eines Ziels für das selbst kein Attribut zu finden ist, verbessert die Meßbarkeit.

Aufstellen eines Zielsystems:

1. Zielsuche (vgl. 3.2)
2. Fundamentalitätstest (hier auch Relevanztest) (vgl. 3.3.1)
3. Erstellung der Zielhierarchie (Strukturierung)
  - **Top-Down-Verfahren:** fundamentales Oberziel wird in meßbare fundamentale Unterziele aufgespaltet (Vorgehensweise bietet sich an, wenn man bereits eine gute Vorstellung über die Grobstrukturierung wichtiger Aspekte besitzt)
  - **Bottom-Up-Verfahren:** gegebene Liste von Zielen wird so strukturiert, daß Ober- und Unterzielbeziehungen herausgearbeitet werden.

Zielhierarchie ≠ Mittel-Ziel-Hierarchie (Mittel-Ziel-Netzwerk), dieses vermutete Wirkungen von Maßnahmen auf Erreichung eines Ziels (evtl. über Zwischenstufen) darstellt.

### 3.6 ARTEN VON ATTRIBUTEN

1. **natürliche Attribute:** aus Formulierung des Ziels ergibt sich eindeutig welche Variable zur Messung der Zielerreichung gemeint ist (Bsp.: Stärke eines Pkw-Motors)
2. **künstliche Attribute:** erhält man durch Kombination mehrerer relevanter Zielvariablen (Bsp. Meilenäquivalent)
3. **Proxy-Attribute** (stellvertretende Attribute): finden dann Verwendung, wenn keine natürlichen oder künstlichen Attribute zu finden sind.
  - a) Proxy-Attribute als **Indikator** für Zielerreichung (Bsp.: Mitarbeiterzufriedenheit → Fehltag). Problem hierbei: Wie zuverlässig ist die Indikatorvariable?
  - b) Proxy-Attribute als Instrument (Bsp. soziale Verantwortung des Managements → Anzahl firmeneigener Kindergartenplätze). Problem hierbei: Wie stark ist die kausale Wirkung?

## KAPITEL 4: GENERIERUNG UND VORAUSWAHL VON ALTERNATIVEN

### 4.1 ERZEUGUNG AUSSICHTSREICHER ALTERNATIVEN (vgl. Aufgabe 2.7)

Anforderungen an Prozeß der Generierung:

- ◆ Zielgerichtetes Vorgehen (da Ziele Richtung angeben, in der beste Alternative liegen könnte)
  - ⇒ allgemeine Methoden zur Ideenfindung (Kreativitätstechniken wie Brainstorming usw.) sind nicht sinnvoll, da Entwicklung von Alternativen nicht zielgerichtet ist. → anderer Ansatz notwendig (vgl. 4.2 – 4.6)
- ◆ rechtzeitige Vorbereitung
- ◆ Überprüfung und gegebenenfalls Aussonderung von Alternativen

### 4.2 URSACHE-WIRKUNGS-ANALYSEN ® Alternativenfindung (vgl. Aufgabe 2.7)

#### 4.2.1 Alternativenerzeugung mittels eines quantitativen Wirkungsmodells

Quelle der Ideen von Alternativen:

**Hypothese über Ursache und Wirkungszusammenhänge** (Bsp. Möglichkeiten der Blutdrucksenkung)  
 → Aus diesem (oft unsicheren) Wissen um Kausalbeziehungen lassen sich Handlungsalternativen ableiten.

Wirkungsmodell (vgl. 2.3.8) bildet die kombinierte Wirkung von Handlungsalternativen und Umwelteinflüssen deterministisch im Attributraum ab.

- Vorliegen einer Zielvariable oder multiattributives Präferenzmodell bereits gegeben ⇒ Möglichkeit der optimalen Alternativenfindung mit Hilfe des Wirkungsmodells.
- Vorliegen mehrerer Ziele oder multiattributives Präferenzmodell noch nicht vorhanden ⇒ Möglichkeit der Abgrenzung von guten und schlechten Alternativen mittels Wirkungsmodell.

#### 4.2.2 Alternativen als Maßnahmenmodell

Darstellung von Instrumentalzielen in Mittelzielnetzwerken → Bilden nützlichen Ausgangspunkt für Formulierung des Wirkungsmodells (bei Unsicherheit auch Umweltmodells).

Schritt 1:

Was wollen wir? Welche Ziele sind relevant?

Schritt 2:

Aufstellen des Mittelzielnetzwerks

1. Mittel zur Erhöhung der Zielerreichung definieren
2. konkrete Maßnahmen ableiten
3. gegebenenfalls Maßnahmen zerlegen
4. Netzwerk Zeichnen



⇒ jede Maßnahmenkombination ist potentielle Alternative (Bsp. Marketing → Marketingmix der Instrumente)

### 4.3. **IDEALALTERNATIVE** ® *Alternativenfindung* (vgl. Aufgabe 2.7)

Tendenz neue Lösungen in Nähe des bereits bekannten zu suchen, kann Kreativität behindern. (Bsp. Betriebsblindheit → externe Berater)

Stimulation der Generierung von Alternativen bei mehreren Zielen durch Vorstellung (auf Basis des definierten Zielsystems) einer **optimalen Alternative** (= Alternative, die hinsichtlich jeder Zielvariable die optimal denkbare Ausprägung aufweist → Erhält man auch durch Kombination von Alternativen, die in unterschiedlichen Zielen beste Ausprägung aufweisen → vgl. Swing).

### 4.4 **ERWEITERUNG DES KONTEXT** ® *Alternativenfindung* (vgl. Aufgabe 2.7)

Erweiterung des Kontext (mittels Übergang von zunächst formulierten Zielen auf fundamentalere Ziele) fördert häufig neue, bisher nicht betrachtete Alternativen zu Tage (Bsp.: Autokauf: Autotypen → Zweck des Autos).

### 4.5 **AUFGABENZERLEGUNG** ® *Alternativenfindung* (vgl. Aufgabe 2.7)

Im konstruktiven Prozeß der **Alternativenerfindung** wird Aufgabe in Module zerlegt, um möglichst gute Alternative finden zu können → innerhalb des Moduls kommt es zur Vorauswahl von einigen wenigen guten Alternativen (Bsp. 3-Gänge Menü).

### 4.6 **MEHRSTUFIGE ALTERNATIVEN** ® *Alternativenfindung* (vgl. Aufgabe 2.7)

mehrstufige Alternativen = Folge bedingter Handlungsweisen (vgl. 2.2.3/ 2.6.3)

→ Bei Unsicherheit führt Erweiterung der Entscheidung auf mehrere Stufen zu einer größeren Menge an erfolgversprechenden Alternativen (Bsp. Strategieanalyse im Entscheidungsbaum).

## 4.7 **VORAUSSWAHL VON ALTERNATIVEN**

### 4.7.1 **Notwendigkeit der Vorauswahl**

Jede zu analysierende Alternative verursacht Aufwand (Zeit, Kosten). Da die Maxime der Kostenminimierung der goldenen Regel einzuhalten ist, besteht die Notwendigkeit der Vorauswahl.

### 4.7.2 **Restriktionen und Anspruchsniveaus**

Zwei Möglichkeiten der Vorauswahl von Alternativen:

1. **Restriktionen** (Beschränkungen): alle Alternativen werden einem Killer-Kriterium unterworfen. Falls sie dieses nicht erfüllen scheiden sie aus der weiteren Betrachtung aus  
Vorteil: Einfachheit  
Nachteil: Gefahr, daß gute Alternativen vorzeitig ausgeschlossen werden
2. Definition eines **Anspruchsniveaus**: Festlegung eines bestimmten wünschenswerten Schwellwerts für ein Attribut. Alternative, die Schwellenwert für dieses Attribut unterschreiten, werden aus dem Entscheidungsprozeß eliminiert (unabhängig von den Ausprägungen der anderen Attribute)  
Nachteil (Problem): gewisse Ziele werden als nicht kompensierbar behandelt, d.h. besonders gute Ausprägungen zunächst nicht betrachteter Ziele bleiben unberücksichtigt (Bsp.: Bewerber → Anspruchsniveau: Note).  
⇒ Regel deckt sich selten mit Präferenzen des Entscheiders

Fazit: Festlegung und Variation von Restriktionen und Anspruchsniveaus stellen keinen formalisierten Prozeß mit überprüfbarer Rationalität dar.

Sind R. und A. allerdings von außen vorgegeben, stellen sie im Entscheidungskontext kein Problem dar.

### 4.7.3 **Dominanz** (vgl. Aufgabe 2.8/ 2.11)

(Auswahlkriterium) Überprüfung von Alternativen bei mehreren Zielen.

allgemeine **Dominanz**: eine Alternative ist im Vergleich zu einer anderen als überlegen erkennbar obwohl das vollständige Präferenzmodell noch nicht bekannt ist.

Dominanzkonzepte:

1. **absolute Dominanz (bei Mehrfachzielen) unter Sicherheit:** Eine Alternative ist durch eine andere **dominiert**, wenn sie in keinem Attribut besser ist als jene, aber in mindestens einem Attribut schlechter
  2. absolute Dominanz bei Unsicherheit
  3. Zustandsdominanz
  4. stochastische Dominanz
- } siehe Kapitel 10.3

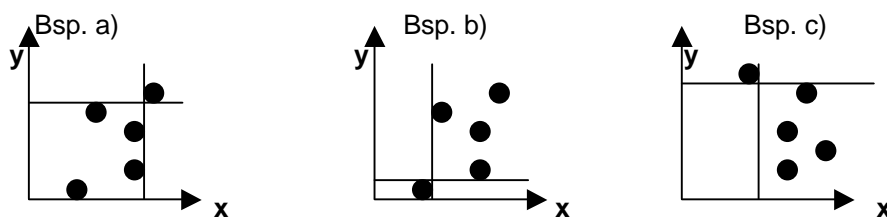
Dominanztest: (paarweiser Vergleich von Alternativen)

unter folgenden Bedingungen anwendbar: (erfordert hohen Informationsstand)

1. Zielsystem bekannt, alle Zielvariablen sind identifiziert
2. für jede Zielvariable ist Präferenz bekannt (also Maximierung oder Minimierung der Zielvariable)
3. Präferenzunabhängigkeit der Zielvariablen
4. nur beste Alternativen werden gesucht → keine Rangfolge soll aufgestellt werden

graphische Darstellung des Dominanztest:

1. Darstellung für 2 Attribute



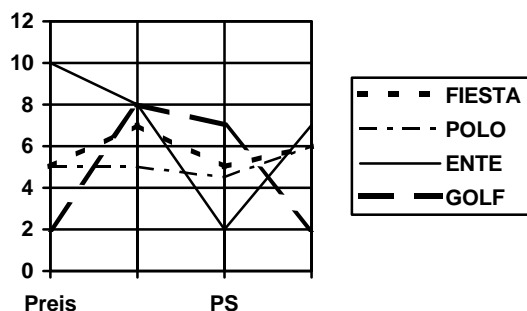
Vor Auswahl der Alternativen müssen die Präferenzrichtungen von x und y beachtet werden

→Zuwachs der Ausprägung des Merkmals

positiv (Bsp. a) für x und y / Bsp. c) nur für y)

negativ (Bsp. b) für x und y / Bsp. c) nur für x)

2. Eigenschaftsprofil (Darstellungsform für mehr als zwei Attribute)



**KAPITEL 5: ENTSCHEIDUNG BEI SICHERHEIT UND EINEM ZIEL**

- Konzept der Präferenz des Entscheiders bezüglich einer einzigen Zielvariable.
- Jede Alternative besitzt genau eine Konsequenz (d.h. sichere Erwartungen)
- endliche Alternativenmenge  $A = \{a, b, c, \dots\}$
- Konsequenz  $\mathbf{x}_a$  (synonym: Attributsausprägung, bzw. Zielerreichungsgrad der Alternative) der Alternative  $\mathbf{a}$  auf entscheidungsrelevantes Ziel bzw. Attribut  $\mathbf{X}$ .

**5.1 WERTFUNKTION UND PRÄFERENZEN** (vgl. Aufgabe 3.1)

Abbildung von Präferenzen durch Wertfunktion.

Wertfunktion kann ordinal oder kardinal definiert sein:

1. **ordinal:** lediglich Rangfolge wird abgebildet. Unterschiede zwischen Werten nicht meßbar (Bsp. Schulnoten)

**Definition 5.1:**

**(ordinale) Wertfunktion:** Eine Wertfunktion  $v$  ist eine Funktion die jeder Alternative  $a$  eine reelle Zahl derart zuordnet, daß der Wert einer Alternative  $a$  genau dann größer als der Wert einer anderen Alternative  $b$  ist, wenn der Entscheider  $a$  gegenüber  $b$  profitiert ( $a > b$ ).

**Satz 5.1:** Ist die Präferenz eine vollständige, transitive Ordnung (Axiome, vgl. 1.2.3) existiert immer eine Wertfunktion.

2. **kardinal:** Präferenzunterschiede sind meßbar. Bsp.  $a \rightarrow b > c \rightarrow d$  (d.h. Wertunterschied zwischen  $a$  und  $b$  ist größer als zwischen  $c$  und  $d$ )

**Definition 5.2:**

**meßbare (kardinale) Wertfunktion:** Eine Wertfunktion  $v$  muß zusätzlich zu den Erfordernissen in Definition 5.1 die Eigenschaft haben, daß der Übergang von  $a$  nach  $b$  genau dann besser ist als der Übergang von Alternative  $c$  nach  $d$ , wenn die Differenz der Werte von  $b$  und  $a$  größer ist, als die Differenz der Werte von  $d$  und  $c$ .

$$v(b) - v(a) > v(d) - v(c) \Leftrightarrow (a \rightarrow b) > (c \rightarrow d) \quad \text{mit } a, b, c, d \in A$$

(analog für  $\sim, <$ )

**Satz 5.2:** Eine meßbare Wertfunktion existiert genau dann, wenn sowohl die Präferenz bzgl. der Alternative als auch die Präferenz bzgl. des Übergangs zwischen den Alternativen vollständig und transitiv ist.

Präferenzordnung kann durch mehr als eine Wertfunktion abgebildet werden. Man erhält äquivalente Wertfunktionen durch positive lineare Transformation (bzw. streng monoton steigende Transformation)  $\rightarrow$  alle äquivalenten Wertfunktionen bilden genau eine Präferenz ab.

## 5.2 METHODEN ZUR BESTIMMUNG VON WERTFUNKTIONEN (vgl. Aufgabe 3.1d) / 3.2)

### 5.2.1 Einführung

Bestimmung der Wertfunktion muß präferenzbasiert erfolgen, da Wertfunktion Präferenzen des Entscheiders abbilden soll.

Darstellung der Wertfunktion in Diagramm:

- Abszissenachse: mögliche bzw. denkbare Ausprägung der entscheidungsrelevanten Alternative  
→ minimale Zielausprägung:  $x^-$   
→ maximale Zielausprägung:  $x^+$
- Ordinatenachse: Werte der Funktion, wobei Wertfunktion in der Regel auf das Intervall  $[0;1]$  normiert wird.

Die drei folgenden Methoden verlangen, daß man Attributsausprägungen vergleicht und in genau definierter Vorgehensweise bewertet.

Bei der Darstellung der Methoden geht man zunächst davon aus, daß Wertfunktionen monoton steigend verlaufen (höchste Zielausprägung wird gegenüber niedrigeren bevorzugt. Bsp.: Einkommen)

In den Verfahren werden stets nur einige Punkte der Wertfunktion (Stützstellen) direkt bestimmt. (Für stetigen Merkmalsausprägungen existieren verschiedene Verfahren zur Ermittlung der Werte von Konsequenzen, die nicht direkt bewertet werden (z.B. Interpolierung).

### 5.2.2 Direct-Rating Methode

einfachste Methode: jede Alternative (d.h. jeder Zielausprägung bzw. Konsequenz) wird direkt bewertet.

Vorgehensweise:

1. Festlegung der besten Zielausprägung  $x^+$  und der schlechtesten  $x^-$
2. Bestimmung der Rangfolge von Alternativen entsprechend der Präferenz bzgl. der Zielausprägung
3. direkte Bewertung auf Skala z.B. 0-10 und ausschließlich Normierung ergibt sich durch Punktwert/maximalen Punktwert
4. Skizzierung der Wertfunktion
5. Konsistenzprüfung (→ Präferenzaussagen bereits bestimmter Teile der Wertfunktion werden abgeleitet und neuen Präferenzaussagen gegenübergestellt)
  - Liegen zusätzliche Stützpunkte auf der Wertfunktion?
  - Stimmt die Präferenzmitte aus dem Intervall  $[x^-; x^+]$  mit der Wertfunktion überein?

### 5.2.3 Methode gleicher Wertdifferenzen

Vorgehensweise:

1. Festlegung der schlechtesten Zielausprägung  $x^-$  und Definition von  $v(x^-) = 0$
2. Erhöhung von um z.B. 1/5 des Gesamtintervalls (bei 5 Stützstellen:  $\{x^-; \dots; x^+\}$ )
3. analoges Vorgehen bis  $x^+$  mit immer dem gleichen Abstand
4. Normierung und Skizze (analog zu oben)
5. Konsistenzprüfung
  - Wiederholung der Methode mit einem anderen Übergang
  - Frage nach der subjektiven Mitte von  $[x_{0,25}; x_{0,75}] = x_{0,5}$

### 5.2.4 Halbierungsmethode

Vorgehensweise:

1. Festlegung der besten Zielausprägung  $x^+$  und der schlechtesten  $x^-$
2. Ermittlung des wertmäßigen Mittelpunkts (subjektiv) des Intervalls  $[x^-; x^+] = x_{0,5}$ , für gilt  $(x^- \rightarrow x_{0,5}) \sim (x_{0,5} \rightarrow x^+)$
3. analoges Vorgehen für  $x_{0,25}$  und  $x_{0,75}$
4. Skizze
5. Konsistenzprüfung
  - Ist die Präferenzmitte aus  $[x_{0,25}; x_{0,75}]$  identisch mit  $x_{0,5}$ ?
  - Anwenden der Methode gleicher Wertdifferenzen mit  $\Rightarrow$  als Normübergang

Vor- und Nachteile der Verfahren:

Verfahren	Vorteil	Nachteil
<b>Direct Rating</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ anwendbar bei diskreten Variablen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ kaum Hilfestellung für den Entscheider</li> <li>◆ bei großer Alternativenmenge sehr aufwendig</li> <li>◆ fehleranfällig</li> </ul>
<b>Methode gleicher Wertdifferenzen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ gibt Hilfestellung</li> <li>◆ gut geeignet für kontinuierliche Variable</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Normierungsprobleme, wenn die obere Intervallgrenze nicht getroffen wird</li> <li>◆ Probleme bei diskreten Variablen</li> </ul>
<b>Halbierungsmethode</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ gibt Hilfestellung</li> <li>◆ gut geeignet für kontinuierliche Variable</li> <li>◆ nicht jede Alternativenausprägung muß explizit berücksichtigt werden</li> <li>◆ Intervallgrenze wird automatisch berücksichtigt</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Verzerrungen zu Beginn der Befragung ziehen sich durch das gesamte Verfahren</li> <li>◆ Probleme bei diskreten Variablen</li> </ul>

### 5.2.5 Konsistenzprüfung und nicht monotone Wertfunktionen

- **Konsistenzprüfung**  
unabdingbare Voraussetzung für korrekte Ableitung von Präferenzen  
→ Bei Auftreten von Inkonsistenzen werden zunächst widersprüchliche Aussagen untersucht. Anschließend werden, wenn möglich Präferenzaussagen variiert, so daß Inkonsistenz verschwindet.
- **nicht monotone Wertfunktion** (oft Ergebnis ungenügender Zielstrukturierung)  
sind auftretende Wertfunktionen nicht monoton steigend oder fallend muß zunächst unabhängig von der Methode beste und schlechteste Alternative des Intervalls gefunden werden. Dieses Intervall kann dann so unterteilt werden, daß die Teile eine monoton steigende bzw. fallende Wertfunktion besitzen. → getrennte Anwendung der Methoden für Einzelteile (Bsp. Temperatur am Urlaubsort)

## 5.3 UNVOLLSTÄNDIGE INFORMATION

In manchen Entscheidungssituationen darf das Axiom der Vollständigkeit verletzt werden.

⇒ An stelle einer Wertfunktion tritt eine Klasse von Wertfunktionen  $V(I)$ , die mit der vom Entscheider bereitgestellten Information verträglich ist.

→ Eine Alternative wird dann gegenüber einer zweiten bevorzugt, wenn der Wert der ersten Alternative für alle zulässigen Wertfunktionen größer ist als der Wert der zweiten

formal:  $a > b \Leftrightarrow v(a) > v(b)$  für alle  $v$  aus  $V(I)$  und  $a, b \in A$

analog für  $(\sim; <)$

⇒ Alternative  $a$  dominiert  $b$  bezüglich der Klasse  $V(I)$ .

## KAPITEL 6: ENTSCHEIDUNG UNTER SICHERHEIT BEI MEHREREN ZIELEN

### 6.1 WERTFUNKTION FÜR MEHRERE ATTRIBUTE

Eine **multiattributive Wertfunktion**  $v$  ordnet jeder Alternative einen Wert in Abhängigkeit von ihren Attributsausprägungen zu (dabei wird unterstellt, daß diese Ausprägungen mit Sicherheit bekannt sind).

Die  $a_r$  geben die Ausprägungen der Attribute  $X_r$  bei der Alternative  $a$  an. Über jedem Attribut  $X_r$  hat der Entscheider eine Wertfunktion (eindimensionale Wertfunktion, **Einzelwertfunktion**)  $v_r(x_r)$ . Die Wertfunktionen  $v_r$  sind auf Intervall  $[0;1]$  normiert, es gilt:  $v_r(x_r^-) = 0$  und  $v_r(x_r^+) = 1$ . Grenzen  $x_r^-$  und  $x_r^+$  müssen Ausprägungen aller zu bewertenden Alternativen einschließen (dürfen aber auch größer sein), wobei Ausprägungsintervall relativ klein sein sollte, da sonst anschließende Bewertung ungenau werden könnte.

### 6.2 ADDITIVES MODELL (Aufgabe 3.4/ 3.7)

Das additive Modell bestimmt den Wert der Alternative  $a$  durch

$$v(a) = \sum^m w_r \cdot v_r(a), \text{ wobei } w_r \geq 0 \text{ mit } \sum^m w_r = 1$$

Gewichtungsfaktor  $w_r$  (= Zielgewicht bzw. Attributgewicht oder auch Skalierungsfaktor) gibt den Wertzuwachs an, der entsteht, wenn Attribut  $X_r$  von seiner schlechtesten Ausprägung ( $x_r^-$ ), mit Einzelwert 0 ( $v_r(x_r^-) = 0$ ) zu seiner besten Ausprägung ( $x_r^+$ ), mit Einzelwert 1 und ( $v_r(x_r^+) = 1$ ) verändert wird, während alle anderen Attributsausprägungen unverändert bleiben.

### 6.3 VORAUSSETZUNGEN FÜR GÜLTIGKEIT DES ADDITIVEN MODELLS (Aufgabe 3.1b)

#### 6.3.1 Nichtmeßbare (ordinale) Wertfunktionen

Um ein additives Modell rational begründen zu können, müssen eine Reihe von Bedingungen (betreffend der Unabhängigkeit der Bewertung in den Alternativen) erfüllt sein.  $\Rightarrow$  Präferenzunabhängigkeit

**Definition 6.1:** (Aufgabe 3.1b))

**Einfache Präferenzunabhängigkeit:**

Seien  $a = (a_1; \dots; a_{i-1}; a_i; a_{i+1}; \dots; a_m)$  und

$b = (b_1; \dots; b_{i-1}; b_i; b_{i+1}; \dots; b_m)$

zwei Alternativen, die sich nur im  $i$ -ten Attribut unterscheiden

und  $a' = (a'_1; \dots; a'_{i-1}; a'_i; a'_{i+1}; \dots; a'_m)$

$b' = (b'_1; \dots; b'_{i-1}; b'_i; b'_{i+1}; \dots; b'_m)$

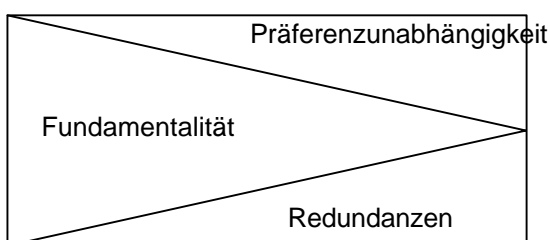
zwei andere Alternativen, die sich ebenfalls nur in den  $i$ -ten Attributen unterscheiden, im  $i$ -ten Attribut allerdings die selbe Ausprägung aufweisen wie  $a$  bzw.  $b$ , dann heißt das Attribut  $X_i$  einfach präferenzunabhängig von den übrigen Attributen, falls  $a \geq b \rightarrow a' \geq b'$  für beliebige Ausprägungen aller Attribute gilt.

Im additiven Modell muß dies für **jedes** Attribut gelten, sonst ist das Modell ungültig.  $\Rightarrow$

**Definition 6.2:**

**Wechselseitige Präferenzunabhängigkeit:**

Die Attribute  $X_1; \dots; X_m$  sind wechselseitig präferenzunabhängig, wenn jede Teilmenge dieser Attribute präferenzunabhängig vom der jeweiligen Komplementärmenge ist (i.a.W.: Präferenzen bzgl. Teilmengen von Attributen müssen unabhängig von den jeweils übrigen Restmengen sein).



### 6.3.2 Meßbare (kardinale) Wertfunktionen

Für Abbildungen der Präferenzen in einer meßbaren Wertfunktion muß zusätzlich die Bedingung der Differenzunabhängigkeit gelten:

#### Definition 6.3:

##### Differenzunabhängigkeit:

Seien  $a = (a_1; \dots; a_{i-1}; \mathbf{a}_i; a_{i+1}; \dots; a_m)$  und

$b = (b_1; \dots; b_{i-1}; \mathbf{b}_i; b_{i+1}; \dots; b_m)$

zwei Alternativen, die sich nur im i-ten Attribut unterscheiden

und  $a' = (a'_1; \dots; a'_{i-1}; \mathbf{a}'_i; a'_{i+1}; \dots; a'_m)$

$b' = (b'_1; \dots; b'_{i-1}; \mathbf{b}'_i; b'_{i+1}; \dots; b'_m)$

zwei andere Alternativen, die sich ebenfalls nur in den i-ten Attributen unterscheiden, im i-ten Attribut allerdings die selbe Ausprägung aufweisen wie a bzw. b, dann heißt das Attribut  $X_i$  differenzunabhängig von den übrigen Attributen, falls

$(a \rightarrow b) \sim (a' \rightarrow b')$

für beliebige Ausprägungen aller Attribute, d.h. wenn der Wertunterschied zwischen a und b stets den zwischen  $a'$  und  $b'$  entspricht (vgl. 5.1)

Bei  $m \geq 3 \rightarrow$  Gültigkeit des additiven Modells, wenn neben wechselseitiger Präferenzunabhängigkeit auch die Differenzunabhängigkeit erfüllt ist.

Bei  $m=2 \rightarrow$  Gültigkeit des additiven Modells, die Differenzunabhängigkeit erfüllt ist.

### 6.3.3 (Überprüfbarkeit der Unabhängigkeitsbedingung und Beseitigung von Abhängigkeiten)

## 6.4 ERMITTLUNG DER GEWICHTE

### 6.4.1 (Einzelwertfunktion des Beispiels)

### 6.4.2 Trade off Verfahren (Aufgabe 3.8a))

Trade off = Austauschrate

**Voraussetzung:** Wertfunktion bekannt!

$\rightarrow$  Gewichtsbestimmung durch Frage nach der Austauschrate zweier Zielgrößen bei denen man indifferent ist.

$\rightarrow$  Suche nach Alternativenpaar, das sich in nur 2 Attributen unterscheidet und die als gleichwertig angesehen werden.

z.B.:  $f = (f_1; \dots; \mathbf{f}_i; \dots; \mathbf{f}_j; \dots; f_m)$

$g = (g_1; \dots; \mathbf{g}_i; \dots; \mathbf{g}_j; \dots; g_m)$

Aus den entsprechenden Indifferenzaussagen kann darauf geschlossen werden, wie stark Attribut  $X_i$  und  $X_j$  gewichtet werden.

Wegen der Additivität läßt sich Gleichung zu  $v(f) = v(g)$  reduzieren zu

$$\mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{f}_i) + \mathbf{w}_j \cdot \mathbf{v}_j(\mathbf{f}_j) = \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{g}_i) + \mathbf{w}_j \cdot \mathbf{v}_j(\mathbf{g}_j)$$

Aus  $m-1$  solcher Gleichungen ergibt sich ein lösbares Gleichgewicht mit  $m$  Gleichungen (einschließlich der Bedingung  $\sum^m w_r = 1$ ) und  $m$  Variablen.

Anm.: Bei **zwei** Zielen reicht **eine** Trade off Aussage aus. Existieren mehrere, müssen diese zu gleicher Gewichtung führen, sonst wird gegen das Axiom der Differenzunabhängigkeit verstoßen.

**Fazit:** durch eine höhere Anzahl von Indifferenzaussagen als notwendig ( $> m-1$ ) können Präferenz- und Differenzabhängigkeiten aufgedeckt werden.

### 6.4.3 Swing Verfahren

**Voraussetzung:** meßbare Wertfunktion!

Ausgehend von der schlechtesten, im Rahmen der gegebenen Attributsbandbreite möglichen Alternative

$$a^- = (x_1^-, \dots, x_m^-)$$

quantifiziert man Wertunterschiede zu den Alternativen

$$b^r = (x_1^-, \dots, x_r^+, \dots, x_m^-).$$

Wertunterschiede ( $t_r$ ) werden auf 100-Punkte-Skala gemessen. Aus ihnen lassen sich Gewichte (Skalierungsfaktoren) ableiten gemäß:

$$w_r = t_r / \sum^m t_i$$

$$\text{da Wertunterschied } v(b^r) - v(a^-) = w_r * v_r(x_r^+) - w_r * v_r(x_r^-)$$

**Vorgehensweise:**

1. Aufstellen einer Rangfolge unter den künstlichen Attributen  $b^r$
2. Punktvergabe 0 für  $a^-$ , 100 für beste der  $b^r$
3. Bewertung der übrigen Alternativen  $b^r$ , so daß Wertunterschiede zwischen ihnen richtig wiedergegeben werden
4. Errechnung der Zielgewichte durch Normierung der Bewertung

### 6.4.4 Direct Ratio

Nicht brauchbar, da jede Bestimmung von Gewichtungsfaktoren die sich nicht auf bestimmte Ausprägungsintervalle der Attribute bezieht von vorne rein als verfehlt einzustufen ist.

#### 6.4.5 Verwendung mehrerer Methoden

Konsistenzprüfung mittels Überprüfung des einen Verfahren durch das andere

## 6.5 UNVOLLSTÄNDIGE INFORMATION ÜBER GEWICHTE

### 6.5.1 Gründe der Unvollständigkeit

1. Erzeugung redundanter Informationen für zu Uneindeutigkeit der Gewichte → Inkonsistenz (⇒ Modellierung der Aussage)
2. Entscheider kann gebotene Exaktheit bei den erforderlichen Aussagen zur Gewichtsbestimmung nicht machen

### 6.5.2 Fehlereliminierung

Durch lineare Programmierung

### 6.5.3 Dominanzprüfung

Durch unvollständige Präferenzinformationen wird eine Menge möglicher Attributsgewichte bzw. bessere Kombination von Gewichten  $w_r$  eingegrenzt.

Aus jeder zulässigen Kombination von Gewichten ergibt sich Rangfolge der zu bewertenden Alternativen durch implizierte Wertfunktion  $v$ .

Wenn Alternative bzgl. aller möglichen Zielgewichte immer den höchsten Wert von  $v$  aufweist, so ist sie optimal.

$a >_{V(I)} b \Leftrightarrow v(a) \geq v(b)$  für alle möglichen  $v$  aus  $V(I)$  (= Menge der mit Präferenzinformation verträglichen Wertfunktionen  $v$ )

Überprüfung durch Optimierungsansatz:

#### **Minimiere $v(a) - v(b)$**

- falls Ergebnis  $> 0 \Rightarrow a$  dominiert  $b$  (Aussage  $v(a) > v(b)$  gilt für alle Funktionen  $v$ )
- falls Ergebnis  $< 0 \Rightarrow$  Dominanzprüfung für  $v(b)$  durch **Maximierung  $v(a) - v(b)$** 
  - falls Ergebnis von  $\text{Max } v(a) - v(b) \leq 0 \Rightarrow b$  dominiert  $a$
  - falls Ergebnis von  $\text{Max } v(a) - v(b) > 0 \Rightarrow$  Aussage  $b >_{V(I)} a$  gilt nicht
- falls Ergebnis  $= 0 \Rightarrow a$  dominiert  $b$  (Aussage  $v(a) > v(b)$  gilt für alle Funktionen  $v$ )
  - falls Ergebnis von  $\text{Max } v(a) - v(b) > 0 \Rightarrow a$  dominiert  $b$
  - falls Ergebnis von  $\text{Max } v(a) - v(b) = 0 \Rightarrow a$  und  $b$  sind gleichwertig

**Minimierung:** Jedem aus der Subtraktion gewonnen positiven Koeffizienten wird seine Mindestpunktzahl, jedem negativen Koeffizienten wird seine Höchstpunktzahl zugeordnet.

**Maximierung:** reziproke Vorgehensweise

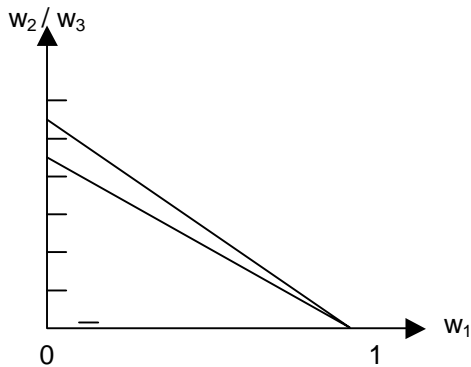
(bei engem Intervall: Chance optimale Alternative zu finden größer)

#### 6.5.4 Sensitivitätsanalyse über Gewichte (Aufgabe 3.5b)/ 3.6/ 3.8b))

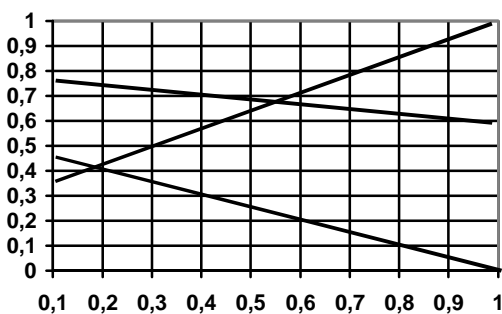
→ Analyse ob Entscheidung relativ stabil ist oder schon bei geringfügiger Gewichtsverschiebung zugunsten anderer Alternativen umkippt.

Variation eines Gewichts  $\Rightarrow$  aufgrund von Normierung der Gewichte  $\sum^m w_r = 1$ , müssen Annahmen über Veränderung der anderen Gewichte getroffen werden

→ Darstellung der Verläufe der anderen Gewichte in Abhängigkeit vom variierten Gewicht



→ daraus resultierende Alternativenwerte



#### 6.6 ABHÄNGIGKEIT DER GEWICHTE V. AUSPRÄGUNGSINTERVALLEN DER ATTRIBUTE (Aufgabe 3.7b))

Die Gewichte  $w_r$  in einem additiven Modell sind abhängig von den Intervallen  $[x^-; x^+]$  über denen die Einzelfunktionen definiert sind. Ist Intervall klein muß Attribut geringeres Gewicht erhalten, als bei größeren Intervallen, da die Wertdifferenz zwischen  $x^+$  und  $x^-$  (Attributsausprägung) mit der Bandbreite steigt.

Ann.: additives Modell mit den Gewichten  $w_r$  und den Wertfunktionen  $v_r$ , die über Intervall  $B_r = [x^-; x^+]$  ermittelt werden.

Wertdifferenz zwischen der besten  $x^+$  und der schlechtesten  $x^-$  Attributsausprägung ist vereinbarungsgemäß 1:

$$1 = \Delta v_r(B_r) = v_r(x^+) - v_r(x^-)$$

wird Intervall nun verbreitert auf  $B'_r = [x'^-; x'^+]$  und die betrachtete Wertfunktion entsprechend verlängert, schrumpft nach der Normierung die Wertdifferenz zweier Alternativen im Attribut  $X_r$  im Verhältnis:

$$\Delta v_r(B_r) / \Delta v_r(B'_r) < 1;$$

entsprechend wachsen normierte Wertfunktionen beim Übergang auf ein Wertfunktion mit einem engeren Ausprägungsintervall.

Das Gewicht des Attributs muß nun auch neu normiert werden, also gilt (unter der Bedingung, daß  $\sum^m w_r = 1$ ):

$$w'_r = M * w_r / \sum_{i \neq r} w_i + M * w_r$$

wobei  $M = \Delta v_r(B'_r)$

(d.h. neue Intervallgrenzen werden in die alte Wertfunktion eingesetzt, bei linearen Wertfunktionen können auch direkt die Bandbreiten ins Verhältnis gesetzt werden, so daß gilt:  $[x'^-; x'^+]/[x^-; x^+]$ )

Auch die übrigen Gewichte der Attribute ändern sich gemäß:

$$w'_j = w_j / \sum_{i \neq r} w_i + M * w_r$$

## **6.7 KOGNITIVE VERZERRUNG BEI DER BESTIMMUNG DER GEWICHTE**

### **6.7.1 Bandbreiteneffekt**

vgl. Direct Ratio (Problem der Vernachlässigung von Intervallen in der Gewichtsbestimmung)

### **6.7.2 Splitting Effekt**

Auftreten des Splitting Effekts bei Aufspaltung der Ziele in Unterziele

→ Gefahr, daß disaggregierte Ziele übergewichtet (Summe der Gewichte der Unterziele sollte immer den Gewichten des Ziels entsprechen) und aggregierte Ziele untergewichtet werden.

→ Notwendigkeit einer Konsistenzprüfung

## KAPITEL 7: GENERIERUNG VON WAHRSCHEINLICHKEITEN

### 7.1 WAHRSCHEINLICHKEITSINTERPRETATION (Aufgabe 1.7)

#### 7.1.1 subjektivistische Interpretation

Hierbei sind Wahrscheinlichkeiten immer an Personen gebunden, sie sind keine feststellbaren Eigenschaften der Umwelt, sondern Ausdruck des Glaubens von Personen über die Umwelt. („Ich persönlich glaube, daß...“)

→ Die Wahrscheinlichkeit einer Aussage gilt als Maß für das Vertrauen einer Person in die Wahrheit dieser Aussage (Wahrscheinlichkeit ist **nicht** Eigenschaft des Ereignisses!)

#### 7.1.2 frequentistische Interpretation

(naturwissenschaftlicher Ansatz)

Wenn man in  $m$  von  $n$  Wiederholungen eines hinreichenden ähnlichen Vorgangs  $E$  das Ereignis  $e$  eintritt, so hat  $e$  die **relative Häufigkeit**  $m/n$ . Hieraus wird auf die Wahrscheinlichkeit des **zukünftigen Auftretens** von  $e$  geschlossen (= subjektivistische Schlußfolgerung, da Wahrscheinlichkeit niemals empirisch festgestellt werden kann) (Bsp. Ausschußrate).

Problem: → Gesetz der großen Zahl (hohe Anzahl von Ereignissen notwendig, um Zukunft abschätzen zu können)

→ wirklich bedeutende Ereignisse sind immer einmalig

#### 7.1.3 symmetrieabhängige Interpretation

(oft bei Glücksspielen)

Hat jedes mögliche Elementarereignis die gleiche Chance einzutreten, spricht man von symmetrischer Wahrscheinlichkeit. Bei  $n$  Ereignissen, hat jedes die Wahrscheinlichkeit  $1/n$  (Bsp. Münzwurf, Würfel).

#### 7.1.4 Subjektive und objektive Wahrscheinlichkeit

Frequentistische und symmetrieabhängige Interpretationen werden oft als „objektive“ Wahrscheinlichkeiten bezeichnet, jedoch existieren in Wirklichkeit keine objektiven Wahrscheinlichkeiten. Die moderne Entscheidungstheorie verwendet subjektive Wahrscheinlichkeiten. Diese müssen die, in Kapitel 2 aufgeführten Axiome erfüllen.

### 7.2 NOTWENDIGKEIT DER QUANTIFIZIERUNG VON WAHRSCHEINLICHKEITEN

Ernstere Entscheidungen erfordern eine sorgfältige Abschätzung der Chancen und Risiken, daher empfehlen sich quantitative Wahrscheinlichkeiten. Diese besitzen den Vorteil, daß sie intersubjektiv eindeutig verständlich sind.

### 7.3 MESSUNG VON WAHRSCHEINLICHKEITEN

Wahrscheinlichkeiten sind kontextabhängig

#### 7.3.1 Fragestellung (Aufgabe 3.10/ 3.11 – eher nicht klausurrelevant)

Einerseits können Wahrscheinlichkeitsmessungen einzelne Ereignisse, Zustände oder Szenarios betreffen. Andererseits geht es oft um Wahrscheinlichkeitsverteilungen von numerischen Größen, sogenannte **Zufallsvariablen**.

Verteilungen von Zufallsvariablen können durch

1. Wahrscheinlichkeits- bzw. Dichtefunktionen
  2. Verteilungsfunktionen
- beschrieben werden.

→ **diskrete Zufallsvariablen:**

jede mögliche Ausprägung  $x_i$  hat positive Wahrscheinlichkeit  $p_i$ .

**Wahrscheinlichkeitsfunktion:  $p(x) = p(x_i)$  falls  $x = x_i$**  ( $\Rightarrow$  Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit zu jeder Zahl  $x$ )

**Verteilungsfunktion:  $P(x) = \sum_{x_i \leq x} p_i$**  ( $\Rightarrow$  Angabe der Wahrscheinlichkeit, daß Zufallsvariable einen Wert kleiner oder gleich  $x$  annimmt ( **$x$  unterschreitet oder erreicht**))

**Risikoprofil:  $1 - P(x)$**  ( $\Rightarrow$  beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallsvariable einen größeren Wert als  $x$  annimmt ( **$x$  überschreitet**))

→ **stetige Zufallsvariablen:**

hierbei entstehen existieren keine positiven Wahrscheinlichkeiten für einzelne Werte.

Anstelle der Wahrscheinlichkeitsfunktion existierte eine **Dichtefunktion  $P'(x) = 1$** . Ableitung der Verteilungsfunktion

(Bei der Messung von Verteilungen kann also der diskrete oder kontinuierliche Ansatz gewählt werden. So werden z.B. diskrete Verteilungen die aufgrund einer sehr großen Anzahl von Ausprägungsmöglichkeiten als kontinuierlich behandelt werden ( $\rightarrow$  Ermittlung einer Dichtfunktion). Anschließend werden gewonnenen kontinuierliche Verteilungsfunktionen im Entscheidungskalkül zur Vereinfachung wieder diskretisiert.)

### 7.3.2 Meßmethoden (Aufgabe 3.10)

Unterscheidung zwischen direkter und indirekter Meßmethode.

Direkt → Befragter antwortet mit Zahl

- Wahrscheinlichkeit
- Wert einer unsicheren Variable

Indirekt → Befragter soll Vergleiche zu einfachen Referenzsituationen anstellen, aus diesen wird auf Wahrscheinlichkeit geschlossen

#### 1. Direkte Wahrscheinlichkeitsabfrage

Werte von Variablen werden vorgegeben

- a) Bei **diskreten Variablen**: Frage nach der **Einzelwahrscheinlichkeit**.  
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein bestimmtes Ereignis eintritt?
- b) Bei **stetigen Variablen**: Frage nach der **Dichtefunktion** und daraus Aufstellung der **Verteilungsfunktion**.  
Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt ein Ereignis mindestens ein oder wird überschritten?

#### 2. Direkte Wertabfrage

- a) **Diskreter Fall**: Welches Ergebnis tritt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein?
- b) **Stetiger Fall**: Welches Ergebnis wird mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit überschritten?

#### 3. Indirekter Wahrscheinlichkeitsabfrage:

Eine Referenzsituation ist gegeben, z.B. eine Urne mit einer Anzahl weiße und schwarzer Kugeln. Betrachtet wird dann die Wahrscheinlichkeit einen Prozeß zu gewinnen. Die Frage lautet nun: Was ist wahrscheinlicher, eine schwarze Kugel zu ziehen oder den Prozeß zu gewinnen? Indifferenz zwischen zwei Lotterien gibt Auskunft über die Wahrscheinlichkeit

#### 4. Indirekte Wertabfrage

Verwendung einer Referenzsituation mit fest gegebenen Wahrscheinlichkeiten; z.B. sind in einem Kartenspiel 25% der Karten Pik. Jetzt kann gefragt werden, ob ein bestimmter Umsatz dieser Wahrscheinlichkeit entspricht, Die Umsatzgröße wird solange variiert, bis die Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen.

### 7.3.3 Konsistenzprüfung und Fehlerreduktion

wichtig, da Messung subjektiver Wahrscheinlichkeiten fehlerhaft sein kann.

→ Verwendung von Wertabfrage als auch Wahrscheinlichkeitsabfrage der Verteilungsfunktion  
→ Punkte sollten Ziel entsprechen, sonst Revision

→ Abfrage von Gegenwahrscheinlichkeiten  
→ Summe muß 1 ergeben

Bewußtsein der Existenz von systematischen Verzerrungen ist Voraussetzung für Fehlerreduktion.

### 7.3.4 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

Anwendung der Dekomposition → Wahrscheinlichkeiten komplexer Ereignisse lassen sich einfacher beziffern, wenn sie als Kombination von anderen Ereignissen aufgefaßt werden.

⇒ Berechnung von Wahrscheinlichkeiten durch Ereignisverknüpfung

→ **Theorem von Bayes**

## 7.4 THEOREM VON BAYES

Formel zur Errechnung von Wahrscheinlichkeiten

→ Korrektur intuitiver Wahrscheinlichkeiten: zunächst gegebene Wahrscheinlichkeiten können im Licht neuer Daten revidiert werden.

- Für unsichere Umweltzustände ( $s_1; \dots; s_n$ ) werden Apriori-Wahrscheinlichkeiten gebildet  $p(s_1); \dots; p(s_n)$
- externe Informationsquelle liefert Information (Beobachtung) aus Informationsmenge  $Y = \{y_1; \dots; y_n\}$  über bedingte Wahrscheinlichkeiten  $\Rightarrow$  bedingte Wahrscheinlichkeiten (Likelihoods)  $p(y_j|s_i)$  sind daher bekannt.
- gemeinsame Wahrscheinlichkeiten erhält man durch  $p(y_j; s_i) = p(s_i) * p(y_j|s_i)$
- Aposteriori- Wahrscheinlichkeiten sind bedingte Wahrscheinlichkeiten der Form  $p(s_i|y_j) = p(y_j; s_i) / p(y_j)$

Durch einsetzen der obigen Gleichungen erhält man das **Bayes Theorem:**

$$p(s_i|y_j) = p(s_i) * p(y_j|s_i) / \sum_i p(s_i) * p(y_j|s_i)$$

Rechenschema:

		1					2					3				
		Daten					Daten					Daten				
		$y_1$	$y_j$	$y_m$		$y_1$	$y_j$	$y_m$		$y_1$	$y_j$	$y_m$		$y_1$	$y_j$	$y_m$
Zustände	Apriori	Likelihoods				$\Sigma$	Gemeinsame Wahrscheinlichkeiten				$\Sigma$	Aposteriori Wahrscheinlichkeiten				
$s_1$	$p(s_1)$	$p(y_1 s_1)$	$p(y_j s_1)$	$p(y_m s_1)$	1	$p(s_1; y_1)$	$p(s_1; y_j)$	$p(s_1; y_m)$	$p(s_1)$	$p(s_1 y_1)$	$p(s_1 y_j)$	$p(s_1 y_m)$				
$s_i$	$p(s_i)$	$p(y_1 s_i)$	$p(y_j s_i)$	$p(y_m s_i)$	1	$p(s_i; y_1)$	$p(s_i; y_j)$	$p(s_i; y_m)$	$p(s_i)$	$p(s_i y_1)$	$p(s_i y_j)$	$p(s_i y_m)$				
$s_n$	$p(s_n)$	$p(y_1 s_n)$	$p(y_j s_n)$	$p(y_m s_n)$	1	$p(s_n; y_1)$	$p(s_n; y_j)$	$p(s_n; y_m)$	$p(s_n)$	$p(s_n y_1)$	$p(s_n y_j)$	$p(s_n y_m)$				
					$\Sigma$	$p(y_1)$	$p(y_j)$	$p(y_m)$	1	1	1	1				

## 7.5 KOGNITIVE UNZULÄNGLICHKEITEN BEI BILDUNG VON WAHRSCHEINLICHKEITEN

### 7.5.1 Einführung

folgender Abschnitt soll einen Überblick über wichtige Probleme geben

### 7.5.2 Falsche Schlußfolgerungen aus Erfahrung

Bei Beurteilung der Zukunft wird oft auf gesammelte Erfahrung zurückgegriffen, dabei können folgende Fehler entstehen:

1. Zurückgreifen auf ungeeignete Erfahrung
  - inwieweit ist Erfahrung repräsentativ für die Umwelt?
  - Wechselwirkungen zwischen eigenem Verhalten und den Reaktionen der Umwelt werden nicht erkannt, sondern Eigenschaften der Umwelt als allgemein gültig angenommen
2. nicht alle Erfahrungen sind gleichmäßig verfügbar
  - je leichter das Beispiel eines Ereignisses ins Gedächtnis kommt, um so höher schätzt man Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit.
3. falsches Lernen aus Erfahrungen
  - Früheres erscheint als Ursache des Späteren

### 7.5.3 Falsche Wahrscheinlichkeitsrechnung

- **Ähnlichkeit**  
aus Beobachtung gewonnene Stimuli wecken Assoziationen mit Schemata → Problem des „Schubladendenkens“ (Bsp. Gammelstudent)  
  
⇒ bedingte Wahrscheinlichkeiten werden gleichgesetzt, die nicht gleich sein müssen (Verwechslung von Ursache und Wirkung)  
⇒ Vermeidung des Fehlers durch Anwendung des Bayes Theorems
- **Szenariodenken und Multiplikationsregel**  
gemeinsame Wahrscheinlichkeit von A **und** B muß nach der Multiplikationsregel errechnet werden also  $p(A,B) = p(A) * p(B)$   
(intuitiv wird gemeinsame Wahrscheinlichkeit oft überschätzt → meist falsche Anwendung der Additionsregel)
- **Additionsregel**  
Wahrscheinlichkeit das A **oder** B eintritt (oder beide) muß nach der Additionsregel berechnet werden, also  $p(A \text{ oder } B) = p(A,B) + p(\neg A,B) + p(A,\neg B) = 1 - p(\neg A,\neg B)$   
(intuitiv wird Wahrscheinlichkeit meist unterschätzt → meist falsche Anwendung der Multiplikationsregel)

### 7.5.4 Verankerung und Anpassung

meist zufällig gewählter Ausgangswert = Anker → Abweichung davon = Anpassung  
Anker beeinflusst stark das Ergebnis

⇒ Wahrscheinlichkeiten der extremen Abweichungen, also von geringen oder hohen Werten werden oft unterschätzt.

Problemlösung durch:

1. Überprüfung, ob die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit anderen Vorstellungen kompatibel ist.
2. Überprüfung der Aussage anhand des späteren Ergebnisses (Kalibrierung)

⇒ Vermeidung der frühzeitigen Verankerung des Befragten kann vermieden werden, wenn bei der Ermittlung der Verteilungsfunktion durch Wertabfrage nicht mit Median begonnen wird.

## KAPITEL 8: SIMULATION DER VERTEILUNG EINER ZIELVARIABLEN

*in diesem Kapitel lediglich **Risikoprofilerstellung** für die Klausur relevant*

Vorgehensweise:

1. **Ordnung der Werte** der Attributsausprägungen in **aufsteigender Reihenfolge** mit ihren dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten (bekannt aus der Wahrscheinlichkeitsfunktion)
2. Kumulation von  $p(x)$  zu  $P(x)$  (**Aufstellen der Verteilungsfunktion**)
3. Bilden von  $1 - P(x) =$  Risikoprofil
4. Zeichnung der Risikoprofile in einem  $x$  (*Abszisse*)/ $1-P(x)$  (*Ordinate*) Diagramm als **Treppenfunktion**

**KAPITEL 9: ENTSCHEIDUNG BEI RISIKO UND EINEM ZIEL****9.1 BEWERTUNG RISKANTER ALTERNATIVEN** (Aufgabe ?)

in diesem Kapitel erfolgt die Darstellung von

- ◆ Abbildungen der Präferenzen des Entscheiders bei riskanten Alternativen
- ◆ Methoden zur Präferenzmessung

einstufige Alternative:

Abbildung in Form von einstufigen Lotterien

mehrstufige Alternativen:

Abbildung durch Entscheidungsbäume oder Strategien (vgl. Kapitel 9.5)

**Grundlage einer rationalen Präferenz:**

Erwartungswert (EW) einer riskanten Alternative a

$$EW(a) = \sum_i p_i * a_i$$

Eine Alternative a wird genau dann gegenüber einer Alternative b präferiert, wenn der Erwartungswert von a größer ist als der Erwartungswert von b ( $EW(a) > EW(b)$ )

**9.2 ERWARTUNGSNUTZENTHEORIE** (Aufgabe ?)**9.2.1 Erwartungsnutzen** (Aufgabe ?)

Erfüllt die Präferenz des Entscheiders bzgl. riskanter Alternativen die Axiome

- ◆ vollständige Ordnung
- ◆ Stetigkeit
- ◆ Unabhängigkeit

so existiert eine Funktion **u (Nutzenfunktion)** deren Erwartungswert (**Erwartungsnutzen**) die Präferenz abbildet.

Die Nutzenfunktion u, die bis auf positive lineare Transformierung eindeutig ist, ordnet jeder Konsequenz eine reelle Zahl zu.

Sie bildet sowohl die Einstellung zum Wert der Konsequenz als auch das Risikoverhalten ab.

$$EU(a) = \sum_i p_i * u(a_i)$$

Eine Alternative a wird genau dann gegenüber einer Alternative b präferiert, wenn der Erwartungsnutzen von a größer ist als der Erwartungsnutzen von b ( $EU(a) > EU(b)$ ).

Ein rationaler Entscheider wählt also die Alternative mit dem höchsten Erwartungsnutzen, d.h. er maximiert seinen Erwartungsnutzen.

**Optimal** ist eine Alternative, wenn sie den höchsten Erwartungsnutzen der betrachteten Alternativen besitzt.

## 9.2.2 Axiomatische Grundlagen der Nutzentheorie

### Vollständige Ordnung:

- ◆ **Vollständigkeit:** für jedes Lotterienpaar  $a, b \in A$  gilt  $a \geq b$  oder  $b \geq a$ , d.h. beliebige Lotterien können miteinander verglichen werden.
- ◆ **Transitivität der Präferenzordnung:** für alle Lotterien  $a, b, c \in A$  gilt  $a \geq b; b \geq c \Rightarrow a \geq c$

### Stetigkeit:

sind Lotterie  $a, b, c \in A$  mit  $a \geq b \geq c$  gegeben, dann gibt es eine Wahrscheinlichkeit bei der

$$b \sim p * a + (1-p)*c$$

wobei  $p * a + (1-p)*c$  eine zusammengesetzte Lotterie darstellt,

d.h. es wird impliziert, daß für jede Lotterie  $b$ , die zwischen  $a$  und  $c$  liegt, immer eine Kombination von  $a$  und  $c$  gefunden werden kann, die genauso gut ist wie  $b$ .

### Unabhängigkeit:

gilt für zwei Lotterien  $a \geq b$ , so muß auch für alle anderen Lotterien  $c$  und Wahrscheinlichkeiten  $p$  gelten,

$$\text{daß } p * a + (1-p)*c \geq p * b + (1-p)*c,$$

d.h. eine Präferenzen zwischen zwei Lotterien  $a$  und  $b$  soll sich nicht ändern, wenn beide Lotterien mit ein und derselben (somit für die Entscheidung irrelevanten) Lotterie verknüpft werden.

### Substitutiosaxiom:

Eine Lotterien (oder Konsequenz) darf dann durch eine andere Lotterie substituiert werden, wenn man zwischen beiden Lotterien bzw. zwischen Lotterie und Konsequenz indifferent ist.

$\Rightarrow$  die zulässige Präferenzmenge wird stark eingeschränkt, da bei gegebenen Präferenzen für zwei Alternativen  $a$  und  $b$  Präferenzen für alle Mischungen mit beliebiger Alternative  $c$  impliziert wird

$\Rightarrow$  wird die Unabhängigkeit nicht verletzt, dann gilt auch das

### Axiom über die Reduktion zusammengesetzter Lotterien:

dies besagt, daß ein Entscheider indifferent zwischen einer zweistufigen Lotterie und einer einstufigen Lotterie, deren Ergebnis gleich denen der zweistufigen Lotterien ist.

Die Wahrscheinlichkeit der einstufigen Lotterie wird aus der Multiplikation der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten der zweistufigen Lotterie gewonnen.

## 9.2.3 (Drei-Ergebnis Diagramm)

*Darstellung der Implikationen des Unabhängigkeitsaxioms mit Hilfe von Nutzenindifferenzkurven.*

## 9.2.4 (Subjektive Erwartungsnutzentheorie (SEU))

Für den subjektiven erwarteten Nutzen einer Alternative gilt:

$$\text{SEU}(a) = \sum_{s \in S} p(s) * u(a(s))$$

wobei:

$a$ : Alternative

$s \in S$ : Ereignis

$a(s)$ : Konsequenz

### Unabhängigkeit für SEU:

haben zwei Alternativen  $a$  und  $b$  für bestimmte Ereignisse identische Konsequenzen, so dürfen diese Ereignisse keinen Einfluß auf die Präferenz der Entscheidung bzgl. dieser Alternativen haben.

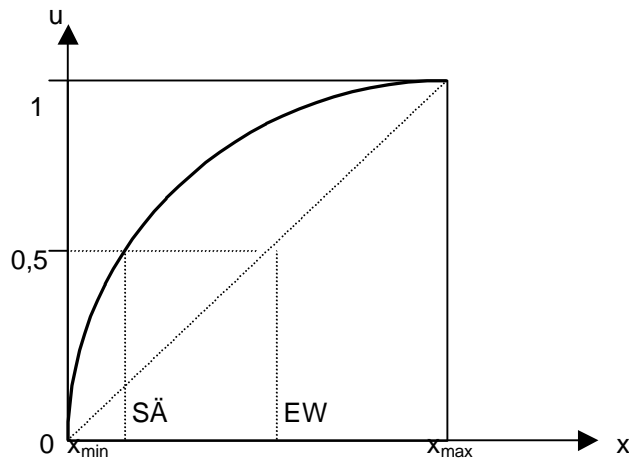
(Bsp. Äpfel/ Bananen)

### 9.3 NUTZENTHEORIE UND RISIKO (Aufgabe ?)

#### 9.3.1 (Was ist Risiko?)

#### 9.3.2 Risikoeinstellungsmaß von Arrow und Pratt

stellt die Einstellung des Entscheiders zum Risiko dar



- ◆ **Sicherheitsäquivalent (SÄ)**, ist das sichere Ereignis, bei dem der Entscheider indifferent zur Lotterie ist
- ◆ **Risikoprämie (RP)**:  $RP(a) = EW(a) - SÄ(a)$   
ist der Entscheider risikoavers, so stellt das RP die Größe dar, auf die er (ausgehend von Erwartungswert der Lotterie) bereit ist zu verzichten, um das SÄ mit Sicherheit zu erhalten.
  - monoton steigende Nutzenfunktion:  
 $RP > 0 \Rightarrow$  Risikoaversion  $\rightarrow r(x) > 0$   
 $RP = 0 \Rightarrow$  Risikoneutralität  $\rightarrow r(x) = 0$   
 $RP < 0 \Rightarrow$  Risikofreude  $\rightarrow r(x) < 0$
  - monoton fallende Nutzenfunktion:  
 $RP < 0 \Rightarrow$  Risikoaversion  $\rightarrow r(x) < 0$   
 $RP > 0 \Rightarrow$  Risikofreude  $\rightarrow r(x) > 0$

Die Risikoeinstellung spiegelt sich also in der Krümmung der Nutzenfunktion wider.

Die Krümmung wird durch das **Arrow-Prattsche-Risikoeinstellungsmaß  $r(x)$**  beschrieben:

$$r(x) = u''(x) / u'(x)$$

durch das Arrow Prattsche Risikoeinstellungsmaß wird jedoch lediglich die **absolute Risikoeinstellung** wiedergegeben, da es nicht in Relation zu den Konsequenzen der Lotterie gesetzt wird.

die **relative Risikoeinstellung** wird durch die Multiplikation mit der jeweiligen Konsequenz dargestellt ( $r(x) * x$ )

*Ein konkaver Verlauf der Nutzenfunktion ist jedoch nicht allein auf Risikoaversion zurückzuführen.*

*Ein konkaven Verlauf kann sich auch aus einer Wertfunktion mit abnehmenden Grenznutzen ergeben.*

*Daher können erst aus der Gegenüberstellung der Krümmung der Nutzenfunktion und der Wertfunktion des selben Entscheiders konkrete Aussagen über das Risikoverhalten abgeleitet werden.*

### 9.3.3 (Risikodefinition bei gleichem Erwartungswert von Lotterien)

#### Definition:

Eine Lotterie a ist riskanter als eine Lotterie b genau dann, wenn

1. ein im Sinne der Nutzentheorie risikoscheuer Entscheider b gegenüber a bevorzugt
2. a aus b durch Addition einer Zufallsvariable mit dem Erwartungswert null gewonnen wurde
3. a aus b durch „mean preserving spread“ gewonnen wurde  
(mean preserving spread: Aus der Mitte der Verteilung von b werden Elemente herausgenommen und an den Rand der Verteilung transformiert, ohne das durch diese Transformation der EW geändert wird)

### 9.3.4 (Nutzen – eine Funktion von Wert und Risiko?)

wichtig für Investitionsplanung

Die Erwartungswert-Varianzregel (Darstellung der Nutzenfunktion in einem  $\mu\sigma$ -Diagramm) gilt in den folgenden Spezialfällen:

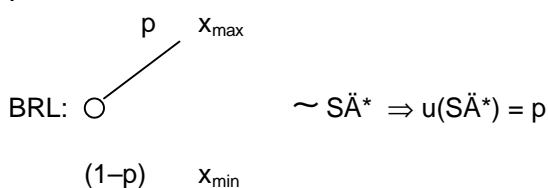
- ◆ **quadratische Nutzenfunktion:** der erwartete Nutzen einer Lotterie kann als Funktion von Erwartungswert und Varianz geschrieben werden.  
 $u(x) = x - \alpha \cdot x^2 \Rightarrow \mathbf{EU(a)} = \mathbf{EW(a)} - \alpha [\mathbf{EW(a)^2} + \mathbf{Var(a)}]$  mit  $\alpha > 0$  und  $\mathbf{EW} = \mu$
- ◆ **normalverteilte Ereignisse der Lotterie** (Hybrid-Ansatz):  
 $\mathbf{S\ddot{A}(a)} = u^{-1}(\mathbf{EU(a)}) = \mathbf{EW(a)} - c \cdot \frac{1}{2} \mathbf{Var(a)}$  mit  $c > 0$  und  $\mathbf{EW} = \mu$

## 9.4 BESTIMMUNG DER NUTZENFUNKTION (Aufgabe ?)

Bei der Bestimmung der Nutzenfunktion ist es sinnvoll sich an den Problemen und Lösungsmöglichkeiten bei der Ermittlung von Wertfunktionen und Wahrscheinlichkeiten zu orientieren (vgl. entsprechende Kapitel).

### 9.4.1 Basis-Referenz-Lotterie (Aufgabe ?)

Grundlage der meisten Verfahren zur Bestimmung der Nutzenfunktion ist die sogenannte **Basis-Referenz-Lotterie (BRL)** und deren Sicherheitsäquivalent  $\mathbf{S\ddot{A}^*}$  aus dem Intervall  $[x_{\min}; x_{\max}]$ .



Die BRL ist eine Lotterie mit den beiden Konsequenzen  $x_{\max}$  und  $x_{\min}$ , wobei die Größen  $x_{\max}$  und  $x_{\min}$  die maximale und die minimal möglichen Ergebnisse in einer bestimmten Entscheidungssituation sind, die mit der Wahrscheinlichkeit p bzw. (1-p) .

es gilt:

$$\mathbf{EU(BRL)} = p \cdot u(x_{\max}) + (1-p) u(x_{\min}) = u(\mathbf{S\ddot{A}^*})$$

da die Nutzenfunktion intervallskaliert ist, kann man Nullpunkt und Einheit beliebig wählen. Man setzt also den Wert für  $u(x_{\min}) = 0$  und den Wert für  $u(x_{\max}) = 1$ , damit ergibt sich

$$\mathbf{EU(BRL)} = p = u(\mathbf{S\ddot{A}^*})$$

daraus ergeben sich die Stützpunkte der Funktion, die Werte dazwischen werden über lineare Interpolation(lineare Verbindung der Stützstellen) oder durch Anpassen eines vorgegebenen Kurventyps zur Nutzenfunktion gefunden.

#### 9.4.2 **Mittelwert-Kettungsmethode** (Sicherheitsäquivalentmethode)

##### *Variation der Konsequenzen*

Verfahren, in dem der Entscheider Sicherheitsäquivalente von Lotterien bestimmen muß (ähnelte Halbierungsmethode vgl. 5.2)

##### **Vorgehensweise:**

Im ersten Schritt wird dem Entscheider die Lotterie  $(x_{\min}, 0,5; x_{\max}, 0,5)$  vorgelegt. Das SÄ dieser Lotterie wird mit  $x_{0,5}$  bezeichnet und es gilt  $u(x_{0,5}) = 0,5$ .

Analog zur Halbierungsmethode werden jetzt die Intervalle  $[x_{\min}; x_{0,5}]$  und  $[x_{0,5}; x_{\max}]$  nutzenmäßig halbiert.

Der Entscheider wird nach den Sicherheitsäquivalenten der drei Lotterien befragt ( $\Rightarrow$  Stützstellen).

##### **Konsistenzprüfung:**

Befragung nach dem Sicherheitsäquivalent der Lotterie  $(x_{0,25}, 0,5; x_{0,75}, 0,5)$ . Die dadurch ermittelte nutzenmäßige Mitte des Intervalls  $[x_{0,25}; x_{0,75}]$  muß bei konsistenter Beantwortung aller Fragen der Wert  $x_{0,5}$  sein.

#### 9.4.3 **Fraktilmethode** (Sicherheitsäquivalentmethode)

##### *Variation der Wahrscheinlichkeiten*

Die Konsequenzen der BRL bleiben konstant, die Wahrscheinlichkeiten werden in jeder Frage geändert. Sollen bspw. durch die Befragung vier Stützstellen der Nutzenfunktion gewonnen werden, so muß der Entscheider die Sicherheitsäquivalente der BRL für  $p = 0,8; 0,6; 0,4$  und  $0,2$  angeben.

Die gewählten (evtl. äquidistanten) Wahrscheinlichkeiten in der BRL hängen also von der Anzahl der gesuchten Stützstellen ab.

##### **Konsistenzprüfung:**

durch Kombination mit anderen Methoden

#### 9.4.4 **Methode variabler Wahrscheinlichkeiten** (Wahrscheinlichkeitsäquivalentmethode)

Die Konsequenzen der BRL und das Sicherheitsäquivalent sind vorgegeben. Der Entscheider muß nun angeben, bei welcher Wahrscheinlichkeit er indifferent zwischen der BRL und dem Sicherheitsäquivalent ist. Nutzen des Sicherheitswert ist gleich der erfragten Wahrscheinlichkeit.

Als Sicherheitsäquivalent werden möglichst äquidistante Werte zwischen  $x_{\max}$  und  $x_{\min}$  vorgegeben.

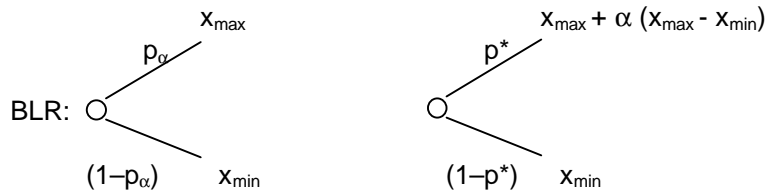
#### 9.4.5 **Lotterievergleich-Methode** (Wahrscheinlichkeitsäquivalentmethode)

Bisher sollte der Entscheider zur Bestimmung seiner Nutzenfunktion eine Indifferenzaussagen zwischen einem sicheren Betrag und der BRL treffen.

An die Stelle des sicheren Betrags kann auch eine zweite Lotterie treten. Die Stützstellen werden dann aus dem wiederholten Vergleich von Lotterien bestimmt.

Wie bei der Methode variabler Wahrscheinlichkeiten (Kapitel 5) hat der Entscheider Wahrscheinlichkeiten anzugeben, bei denen er indifferent zwischen der BRL und einer zweiten Lotterie ist.

Zunächst wird das Intervall  $[x_{\min}; x_{\max}]$  in äquidistante Bereiche (garantiert durch Multiplikator  $\alpha$ ) aufgespalten. Nun wird die Bestimmungswahrscheinlichkeit  $p^*$  vorgegeben.



$$p_\alpha \cdot u(x_{\max}) + (1-p_\alpha) \cdot u(x_{\min}) = p^* \cdot u(x_{\max} + \alpha(x_{\max} - x_{\min})) + (1-p^*) \cdot u(x_{\min}) \Leftrightarrow \dots$$

$$p_\alpha / p^* = u(x_{\max} + \alpha(x_{\max} - x_{\min}))$$

Vor- und Nachteile der Methoden:

Verfahren	Vorteil	Nachteil
<b>Mittelwert-Kettungsmethode</b> (ähnelt Halbierungsmethode)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ alle Lotterien weisen einfache 50-50 Wahrscheinlichkeiten auf, die von den meisten Entscheidern verarbeitet werden</li> <li>◆ einfache Konsistenzprüfung</li> <li>◆ Leichte Ermittlung weiterer Stützstellen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Ergebnisse der ersten Befragung ziehen sich durch das gesamte Verfahren. Ein Fehler führt damit zur Verzerrung der gesamten Nutzenfunktion</li> <li>◆ Probleme mit diskreten Variablen</li> </ul>
<b>Fraktilmethode</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Konsequenzen <math>x_{\min}</math>, und <math>x_{\max}</math> bleiben während der Befragung konstant</li> <li>◆ Befragungen bauen nicht aufeinander auf</li> <li>◆ (direkt anwendbar auf unvollständige Information)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ es werden nicht nur 50-50-Lotterien betrachtet (höhere Anforderungen an den Entscheider)</li> <li>◆ Probleme mit diskreten Variablen</li> </ul>
<b>Methode variabler Wahrscheinlichkeiten</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Befragungen sind unabhängig (keine Bewertung vorheriger Schritte gehen in die neue Befragung ein)</li> <li>◆ Bewertung diskreter Variablen ist möglich</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ hohe Anforderungen an das Wahrscheinlichkeitskonzept des Entscheiders</li> </ul>
<b>Lotterie-Vergleichsmethode</b> (ähnelt Methode variabler Wahrscheinlichkeiten)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Vermeidung einer möglichen Verzerrung durch den „Sicherheitseffekts“ (=Übergang von einer sicheren Konsequenz zu einer sehr wahrscheinlichen aber eben doch nicht sicheren Konsequenz das Entscheidungsverhalten nachhaltig beeinflusst)</li> </ul>	

### 9.5 BERECHNUNG DER OPTIMALEN ALTERNATIVE (Aufgabe ?)

Nachdem die Nutzenfunktion bestimmt wurde, lassen sich für ein gegebenes Entscheidungsproblem die Alternativen ordnen. Damit kann natürlich die optimale Alternative bestimmt werden  
Die Art der Bestimmung ist abhängig von der gewählten Darstellungsform der Alternativen

Darstellung der Alternativen von einstufigen Entscheidungssituationen in Form von

- ◆ Entscheidungsmatrix
- ◆ Lotterie

⇒ einfache Berechnung des Erwartungsnutzen für eine endliche Anzahl von Präferenzen durch

$$EU(\mathbf{a}) = \sum_i p_i \cdot u(\mathbf{a}_i)$$

(bei unendlichen Konsequenzen Berechnung über Integral).

Darstellung der Alternativen von mehrstufigen Entscheidungssituationen (= Strategien) in Form von

- ◆ Entscheidungsmatrix
- ↳ Berechnung von EU einzelner Strategien analog zu oben)

- ◆ Entscheidungsbaum

⇒ Bestimmung der Strategie mit dem maximalen Erwartungsnutzen durch das „**Roll-back-Verfahren**“:

1. Zunächst werden die Konsequenzen mittels Nutzenfunktion bewertet
2. von den Konsequenzen ausgehend begibt man sich zum nächst vorgelagerten Entscheidungspunkt
3. hier wird dann der Erwartungsnutzen aller an diesem Entscheidungspunkt gegebenen Alternativen berechnet. Die Alternative mit dem höchsten Erwartungsnutzen wird ermittelt und alle anderen gestrichen.
4. nachdem alle Entscheidungspunkte der letzten Stufe auf diese Weise bearbeitet wurden, verfährt man auf der vorletzten Stufe genauso. Am ersten Entscheidungspunkt angelangt, steht dann die optimale Strategie mit dem höchsten Erwartungsnutzen fest.

**KAPITEL 10: ENTSCHEIDUNG BEI RISIKO UND UNVOLLSTÄNDIGER INFORMATION****10.1 MODELL FÜR ENTSCHEIDUNG BEI RISIKO UND UNVOLLSTÄNDIGER INFORMATION** (Aufgabe ?)

Ein Ausweg aus der Forderung der Risikonutzentheorie, exakte Präferenzen, d.h. eine vollständige Präferenzordnung anzugeben, bietet das Konzept der Entscheidung bei unvollständiger oder synonym **partieller Information**.

An das Axiom der vollständigen Ordnung tritt nun ein „Axiom“ der partiellen Ordnung. Es genügt also, wenn der Entscheider eine Menge von möglichen Wahrscheinlichkeiten  $P(I)$  definieren kann. Dabei ist  **$P(I)$**  die **Menge von Wahrscheinlichkeitsverteilungen**, die mit der vom Entscheider gewonnenen Information  $I$  verträglich ist.

Die Unvollständigkeit der Information bzgl. der Nutzenfunktion wird dadurch abgebildet, daß der Entscheider eine **Menge von zulässigen Nutzenfunktionen  $U(I)$**  besitzt.

Das Erwartungsnutzenkriterium kann auf den Fall unvollständiger Information bei Risiko wie folgt erweitert werden.

$$a \geq b \Leftrightarrow EU(a) \geq EU(b) \text{ für alle } p \in P(I) \text{ und } u \in U(I)$$

**10.2 UNVOLLSTÄNDIGER INFORMATION BEZGL. WAHRSCHEINLICHKEIT:  $P(I)$**  (Aufgabe ?)

Ist eine endliche Menge von  $n$  Umweltzuständen gegeben, läßt sich das Erwartungsnutzenkriterium für den Fall der unvollständigen Information bzgl. der Wahrscheinlichkeiten schreiben als:

$$a \geq b \Leftrightarrow \sum_i p_i u(a_i) \geq \sum_i p_i u(b_i) \text{ für alle } p \in P(I)$$

Dominanzanalyse erfolgt (analog zu Kapitel 6) über die lineare Programmierung

**Minimiere bzw. maximiere  $\sum_i p_i [u(a_i) - u(b_i)]$**

wobei die verwendeten Wahrscheinlichkeiten aus dem Intervall in der Summe eins ergeben müssen

*hier verzichte ich auf nähere Ausführung, da man das Verfahren wie erwähnt schon aus Kapitel 6 kennen sollte*

**10.3 UNVOLLSTÄNDIGER INFORMATION BEZGL. NUTZENFUNKTION:  $U(I)$**  (Aufgabe ?)

Im Falle unvollständiger Information bzgl. Nutzenfunktionen geht man davon aus, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung exakt bestimmt werden können. Eine Alternative wird dann gegenüber einer zweiten bevorzugt, wenn gilt:

$$a \geq b \Leftrightarrow \sum_i p_i u(a_i) \geq \sum_i p_i u(b_i) \text{ für alle } u \in U(I)$$

auch hier erfolgt die Dominanzanalyse über die lineare Programmierung, es gilt wiederum

**Minimiere bzw. maximiere  $\sum_i p_i [u(a_i) - u(b_i)]$**

wobei die hier die Nutzenwerte aus einem Intervall stammen

**Definition 10.1****Stochastische Dominanz:**

Eine Alternative  $a$  dominiert  $b$  stochastisch, wenn für jede Ausprägung der Zielvariable die Wahrscheinlichkeit diese zu überschreiten, bei  $a$  mindestens genauso hoch ist wie bei  $b$  und für mindestens eine Ausprägung der Zielvariable bei  $a$  höher ist als bei  $b$ .

*P Darstellung im Risikoprofil*

**Definition 10.2:****Zustandsdominanz**

Sind die Konsequenzen der Alternativen in Abhängigkeit von Zuständen gegeben, so dominiert eine Alternative eine zweite absolut, wenn die Konsequenzen der ersten Alternative bei jedem Zustand mindestens gleich und bei wenigstens einem Zustand besser als die der zweiten Alternative ist.

**Absolute Dominanz**

Sind riskante Alternativen als Verteilung gegeben, muß bei absoluter Dominanz die schlechtestmögliche Ausprägung der dominierenden Alternative besser sein als die bestmögliche Ausprägung der dominierten Alternative.

**10.4 SENSITIVITÄTSANALYSE (Aufgabe ?)**

In der Sensitivitätsanalyse (vgl. auch 6.5.4) wird allgemein untersucht; wie eine Zielgröße oder eine Entscheidung von den für diese Zielgröße bzw. Entscheidung relevanten Parametern abhängen.

Bei Entscheidung unter unvollständigen Information kann gezeigt werden, wie die Entscheidungen von Wahrscheinlichkeitsurteilen und von Nutzenurteilen abhängen.

*Darstellung erfolgt in Abhängigkeit nur eine unsicheren Variable.  
Schnittpunkte errechnet man durch gleichsetzten der Funktionen.*

**KAPITEL 11: ENTSCHEIDUNG BEI RISIKO UND MEHREREN ZIELEN**

*nicht relevant (wurde zumindest in Vorlesung nicht eingehend behandelt)*

**11.1 MULTIATTRIBUTIVE NUTZENFUNKTION (Aufgabe ?)****11.2 UNABHÄNGIGKEITSBEDINGUNGEN****11.2.1 Nutzenunabhängigkeit****11.2.2 Additive Nutzenunabhängigkeit****11.3 (ERMITTLUNG DER SKALIERUNGSFAKTOREN)**

*nicht klausurrelevant*

**11.4 GANZHEITLICHE NUTZENMESSUNG (Aufgabe ?)**